

# **Modellbildung und parameteradaptive hochdynamische Regelung eines permanenterregten Synchronlinearmotors**

Vom Fachbereich 18  
Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Technischen Universität Darmstadt  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing.

**Jan Weigel**

geboren am 22. Juni 1972 in Aachen

Referent:	Prof. Dr.-Ing. Peter Mutschler
Korreferent:	Prof. Dr.-Ing. Andreas Steimel, Ruhr-Universität-Bochum
Tag der Einreichung	02. November 2004
Tag der mündlichen Prüfung	10. Dezember 2004

D 17

Darmstädter Dissertation



## **Vorwort**

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Stromrichtertechnik und Antriebsregelung der Technischen Universität Darmstadt.

Dem Direktor des Instituts, Herrn Prof. Dr.-Ing. Peter Mutschler, gilt mein besonderer Dank für die konstruktive und bereichernde Zusammenarbeit, für die Förderung der vorliegenden Arbeit, für Hinweise und Ratschläge und für die Übernahme des Referats.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Andreas Steimel danke ich herzlich für das der Arbeit entgegengebrachte Interesse, für wertvolle Hinweise und für die Übernahme des Korreferats.

Für die fruchtbaren Diskussionen, die verlässliche Hilfe und das angenehme Arbeitsklima am Institut möchte ich meinen Kollegen und allen Mitarbeitern des Instituts, aber auch den Angehörigen der Werkstatt herzlich danken.

Mein Dank gilt auch den Studenten, die im Rahmen von Studien- und Diplomarbeiten zu dieser Arbeit beigetragen haben.

Besonders danke ich meiner Familie, die mich während meiner Ausbildung auf vielfältige Weise unterstützt hat. Meinen Vater Dr.-Ing. Wolf-Dieter Weigel habe ich als immer interessierten, wertvollen Diskussionspartner erlebt.

Schließlich bedanke ich mich herzlich bei meiner lieben Frau Uli für ihre verständnisvolle Unterstützung und die große Anteilnahme, mit der sie meine Arbeit begleitet hat.

Erlangen, im Januar 2005





## Kurzfassung

In numerisch gesteuerten Fertigungseinrichtungen werden Lineardirektantriebe mit ihrem hohen Beschleunigungs- und Geschwindigkeitsvermögen in vielen Anwendungen den hohen Ansprüchen an Produktivität und Werkstückqualität am besten gerecht. Ohne zusätzliche Trägheitsmassen und Resonanzelemente, wie sie rotierende elektromechanische Antriebe aufweisen, ist die erreichbare Dynamik im Führungsverhalten und vor allem im Störverhalten weitestgehend von den steuer- und regelungstechnischen Eigenschaften abhängig.

Die bisher bei Werkzeugmaschinen durchgeführte Forschung konzentriert sich oft auf die Optimierung der Lage- und Geschwindigkeitsregelung, während die kraftbildende Stromregelung als gegeben vorausgesetzt wird. Da jedoch gerade auch die Eigenschaften der kraftbildenden Regelung maßgebend für die Dynamik der gesamten Lageregelung sein können, ist es die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit, eine hochdynamische kraftbildende Regelung zu implementieren. Vor dem Hintergrund, dass magnetisch hoch ausgenutzte Maschinen u.U. eine ausgeprägte sättigungsbedingte Nichtlinearität und Anisotropie besitzen, erfordert eine solche Regelung ein genaues magnetisches Modell.

So werden parametrische dynamische Modelle entwickelt, die sowohl die magnetische Sättigung als auch Oberwellen berücksichtigen können. Diese strom- oder flussabhängigen Modelle dienen sowohl der detaillierten Simulation als auch als Basis für parameteradaptive Deadbeat-Strom- und Deadbeat-Flussregelungen mit minimaler Einstellzeit, die mit der konventionellen PI-Regelung verglichen werden. Kriterien für die Eignung der jeweils zugrunde liegenden Modelle werden herausgearbeitet.

Ein wesentlicher Schwerpunkt in diesem Zusammenhang ist die Ermittlung der notwendigen Parameterkennfelder. Einerseits kommen dabei numerische Methoden zum Einsatz, die schon während des Maschinenentwurfs Aufschluss über das dynamische Verhalten der Maschine geben. Andererseits werden messtechnische Methoden angewandt, um genaue Parameter für die individuelle Maschine zu ermitteln. Nach der vergleichenden Analyse auch weiterer messtechnischer Methoden, wird im Rahmen dieser Arbeit ein neues Messverfahren vorgeschlagen, das keinen speziellen Aufbau erfordert und weitgehend unabhängig von den umrichterbedingten Fehlerspannungen ist. Die Ergebnisse der numerischen Berechnung und der Messung werden sodann miteinander verglichen.

Die Lage- und Geschwindigkeitsregelung wird in Kaskadenstruktur mit Vorsteuerung von Lastkraft, beschleunigender Vorschubkraft und Geschwindigkeit ausgeführt. Die Regler und Beobachter werden im Zeit und z-Bereich hinsichtlich eines sehr guten Störverhaltens ausgelegt, bevor die Auswirkungen der hochdynamischen unterlagerten

kraftbildenden Regelung auf die Stördynamik der gesamten Regelung untersucht werden.

Für den experimentellen Nachweis wurde ein Versuchsstand mit einem Lineardirektantrieb aufgebaut. Dabei lag ein wesentliches Augenmerk auf der weitgehend fehlerfreien Stromerfassung, die durch vom Wechselrichter hervorgerufene transiente Störströme beeinträchtigt wird.

Die Analyse der simulatorischen und experimentellen Untersuchungen hat gezeigt, dass abhängig von der Abtastzeit eine als geeignet vorgeschlagene parameteradaptive hochdynamische kraftbildende Regelung einen Beitrag zur Erhöhung der dynamischen Genauigkeit von mechanisch steifen und magnetisch hoch ausgenutzten Lineardirektantrieben leisten kann.

## Abstract

Linear-direct-feed drives with their high speed and acceleration are the best solution for many numerically controlled machine tools regarding the high demands for productivity and work piece quality. Without additional inertia and resonant components inherent to systems with rotary motors and conversion mechanics, the achievable response to setpoint changes and disturbance force rejection depends as far as possible on the control characteristics.

Research on machine tools has often concentrated on optimizing the position- and speed control on condition that the control of force producing current has not been enhanced. However, especially the force control's characteristics can be decisive for the whole control system's dynamics and so the implementation of strongly dynamic force producing control is the objective. As magnetically highly utilized machines can feature a distinct saturation induced nonlinearity and anisotropy, such control requires an accurate magnetic model.

Consequently parametric dynamic models are developed that can consider magnetic saturation as well as harmonics. These models which depend on the currents or the flux linkages are used for detailed simulation and for parameter adaptive deadbeat-current- and flux-linkage-controls with minimum response time. These controls are compared to conventional PI-control. Criteria for suitability of the applied models are developed.

Consequently one main topic is the acquisition of the required parameters' characteristics. Numeric methods can be used that provide insight into the motor's dynamic performance already during the design stage. Alternatively measurement techniques can be applied to get accurate parameters for the individual motor. After a comparing analysis of further metrologies here a new measurement technique is introduced that does not require a special set-up and is extensively independent of inverter induced voltage errors. The numerical and experimental results are compared afterwards.

Position- and speed control is designed as cascaded control with feedforward of the load force, reference force of acceleration and reference speed. Controller and observer are optimized in the time- and z-domain with regard to very good disturbance rejection. The effects of highly dynamic force producing control on the whole control system's load performance are investigated afterwards.

For experimental proof a linear direct drive test set-up was assembled. An important objective was the extensively faultless current acquisition, that is affected by transient parasitic currents induced by inverter switching.

The evaluation of simulation and experimental investigations proved:

Depending on the sampling time one of the suitably recommended parameter adaptive

force producing controls can make a contribution to increase the dynamic accuracy of mechanically stiff and magnetically strongly utilized linear-direct-drives.

## Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b> .....	<b>I</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>III</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b> .....	<b>V</b>
<b>Formelzeichen und Abkürzungen</b> .....	<b>IX</b>
<b>1 Einleitung</b> .....	<b>1</b>
<b>2 Stand der Technik und Zielsetzung der Arbeit</b> .....	<b>3</b>
<b>3 Konstruktive Merkmale und Anwendung von Lineardirektantrieben</b> .....	<b>7</b>
3.1 Bauformen von linearen Direktantrieben.....	7
3.2 Eigenschaften des Lineardirektantriebs und Abgrenzung zu elektromechanischen Vorschubantrieben.....	9
<b>4 Modellbildung</b> .....	<b>12</b>
4.1 Zustandsmodell mit Strömen als Zustandsgrößen.....	19
4.2 Zustandsmodell mit Statorflussverkettungen.....	21
4.3 Ermittlung der Modellparameter.....	25
4.3.1 2D-Finite Elemente Berechnung.....	25
4.3.2 Messung der Parameter.....	39
4.3.2.1 Aus der Literatur bekannte Messverfahren zur Ermittlung der differenziellen Induktivitäten $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}}$ bzw. des Flusses $\bar{\Psi}_{dq}$ .....	42
4.3.2.2 Messung der differenziellen Induktivität $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}}$ und des Flusses $\bar{\Psi}_{dq}$ durch Kombination mehrerer Transienter im Strom.....	44
4.3.2.2.1 Messergebnisse der Kennfelder $\bar{\Psi}_{dq}(\bar{i}_{dq})$ und $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}(\bar{i}_{dq})}{\partial \bar{i}_{dq}}$ .....	50
4.3.2.2.2 Fehlerquellen und Genauigkeit.....	52
4.3.2.2.3 Weitere Anmerkungen.....	55
4.4 Simulation des Antriebssystems.....	56
4.5 Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse.....	56
<b>5 Digitale Regelung</b> .....	<b>58</b>
5.1 Steuerung der Vorschubkraft durch Regelung der elektrischen Größen.....	59
5.1.1 Koordinatentransformation der Stellsignale.....	63
5.1.2 Diskretisierung der Regelstrecke.....	65
5.1.3 Sollspannungsauswahl bei Überschreitung der Spannungsbegrenzung.....	67

5.1.4	PI-Stromregelung.....	68
5.1.5	Deadbeat-Stromregelung.....	72
5.1.6	Deadbeat-Regelung der Flussverkettung.....	77
5.1.7	Approximation des kraftbildenden Regelkreises durch ein einfaches Übertragungsglied.....	82
5.2	Regelung von Geschwindigkeit und Lage mit einem universellen Störgrößenbeobachter.....	83
5.2.1	Verfahren zur Ermittlung der Geschwindigkeit.....	85
5.2.2	Erweiterung des vollständigen LUENBERGER-Beobachters um einen universellen Störgrößenbeobachter.....	87
5.2.3	Auslegung der Dynamik von Beobachter und Regelung.....	89
5.2.3.1	Festlegung der Dynamik durch explizite Festlegung der Eigenwerte von Regelung und Beobachter.....	92
5.2.3.2	Numerische Parameteroptimierung im Zeitbereich mit einem vektoriellen Gütefunktional.....	93
5.2.3.3	Simulationsergebnisse des Störverhaltens bei Lastsprüngen und bei harmonischer Anregung.....	97
5.2.4	Erhöhung der Genauigkeit der Regelung im Führungsverhalten durch Vorsteuerung.....	100
5.2.4.1	Vorsteuerung der Beschleunigung bzw. der beschleunigenden Vorschubkraft.....	101
5.2.4.2	Simulationsergebnisse des Führungsverhaltens mit Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft.....	102
5.3	Zusammenfassung der Zwischenergebnisse.....	104
<b>6</b>	<b>Experimenteller Aufbau und weitere Ergebnisse.....</b>	<b>105</b>
6.1	Einsatz eines PC zur Echtzeitverarbeitung.....	106
6.2	Stromerfassung.....	107
6.2.1	Wanderwellen in Spannung und Strom durch Schalten des Stromrichters.....	109
6.2.1.1	Wanderwellen auf der Motorzuleitung.....	109
6.2.1.2	Wanderwellen in der Motorwicklung.....	111
6.2.2	Unterdrückung der Störströme.....	113
6.3	Lageerfassungssystem.....	117
6.4	Evaluierung der implementierten Lageregelung.....	118
6.4.1	Führungsverhalten.....	119
6.4.2	Dynamische Laststeifigkeit.....	121
6.5	Zusammenfassung der Zwischenergebnisse.....	123
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung.....</b>	<b>124</b>
<b>Anhang</b>	<b>.....</b>	<b>129</b>
A1	Beschreibung des Klemmenverhaltens einer 3 strängigen elektrischen Maschine mit ihren elektro-magnetischen Zustandsgrößen.....	129

---

A2	Ermittlung der elektromagnetischen Kraft aus einer Leistungsbilanz.....	131
A3	Berechnung von Fluss und mechanischer Kraft aus der magnetischen Koenergie.....	133
A4	Diskretisierung des elektromagnetischen Zustandsmodells mit den Wicklungsströmen als Zustandsvariablen.....	133
A5	Diskretisierung des elektromagnetischen Zustandsmodells mit den verketteten Flüssen als Zustandsvariablen.....	135
A6	Berechnung der Sollspannung während der Spannungsbegrenzung.....	137
<b>Literaturverzeichnis</b>	.....	<b>140</b>





## Formelzeichen und Abkürzungen

$\underline{\underline{A}}$	Systemmatrix eines zeitdiskreten Zustandssystems
AP	Arbeitspunkt
$A(\omega)$	Amplitudengang
$\underline{\underline{B}}$	Eingangsmatrix eines zeitdiskreten Zustandssystems
$\vec{B}$	magnetische Flussdichte
$c_{\text{dyn}}$	dynamische Laststeifigkeit
$d_{\text{dyn}}$	dynamische Nachgiebigkeit
$\delta$	Luftspaltweite
$\underline{\underline{E}}$	Systemmatrix eines zeitkontinuierlichen Zustandssystems
$F_{\text{DFT},k}$	k-te Kraftoberwelle aus diskreter FOURIER-Transformation
$F$	Elektromagnetisch erzeugte Kraft
$F_Z, F_{\text{Rast}}, F_R, F_{\text{Last}}$	Störkräfte: allg. Störkraft, Rastkraft, Reibungskraft, Lastkraft
FEM	<u>f</u> inite <u>E</u> lemente <u>M</u> ethode
$\underline{\underline{G}}$	Eingangsmatrix eines zeitkontinuierlichen Zustandssystems
$\vec{H}$	magnetische Feldstärke
$h_{\text{PM}}$	Höhe der Permanentmagnete
$\underline{\underline{I}}$	Einheitsmatrix
$\Im$	Imaginärteil
$i_A, i_B, i_C, \vec{i}_{ABC}$	Primäre Strangströme ( natürliche Wicklungskordinaten ) skalar/vektoriell
$i_\alpha, i_\beta, i_0, \vec{i}_{\alpha\beta 0}$	primäre Strangströme ( an der Wicklung orientierte Zwei-Achsen-Kordinaten ), Nullstrom, skalar/vektoriell
$i_d, i_q, i_0, \vec{i}_{dq0}$	primäre Strangströme ( am Läufer orientierte Zwei-Achsen-Kordinaten ), Nullstrom, skalar/vektoriell
$i_D, i_Q$	Sekundäre Strangströme ( am Läufer orientierte Zwei-Achsen-Kordinaten )
$\vec{J}$	Gütekriterium
$\phi(\omega)$	Phasengang
$L_{dd}, L_{qq}/L_{DD}, L_{QQ}$	Primäre/sekundäre Selbstinduktivitäten ( am Läufer orientierte Zwei-Achsen-Kordinaten )
$L_{dD}, L_{qQ}$	Gegeninduktivitäten/Koppelinduktivitäten zwischen Primär- und Sekundärteil ( am Läufer orientierte Zwei-Achsen-Kordinaten )
$L_\delta$	Luftspaltinduktivität
$L_S$	Wickelkopfstreuinduktivität
$\mu, \underline{\underline{\mu}}$	magnetische Permeabilität ( skalar, Tensor )
M	Masse
$\Psi_A, \Psi_B, \Psi_C, \vec{\Psi}_{ABC}$	Strangflussverkettung ( natürliche Wicklungskordinaten ) skalar/vektoriell
$\vec{\Psi}_{dq\text{DFT},k}$	k-te Oberwelle des verketteten Flusses $\vec{\Psi}_{dq}$ aus diskreter FOURIER-Transformation
$\Psi_\alpha, \Psi_\beta, \Psi_0, \vec{\Psi}_{\alpha\beta 0}$	Strangflussverkettungen ( an der Wicklung orientierte Zwei-Achsen-Kordinaten ), skalar/vektoriell
$\Psi_d, \Psi_q, \Psi_0, \vec{\Psi}_{dq0}$	Strangspannungen ( am Läufer orientierte Zwei-Achsen-Kordinaten ), skalar/vektoriell

$\Psi_D, \Psi_Q$	Sekundäre Strangflußverkettungen ( am Läufer orientierte Zwei-Achsen-Koordinaten )
$r$	Läufer-Ruck
$\Re$	Realteil
$R_A, R_B, R_C, \underline{R}_{ABC}$	ohmsche Strangwiderstände ( natürliche Wicklungskordinaten ), skalar, Widerstandsmatrix
$R_\alpha, R_\beta, \underline{R}_{\alpha\beta}$	ohmsche Strangwiderstände ( in an der Wicklung orientierten Zwei-Achsen-Koordinaten ), skalar, Widerstandsmatrix
$\underline{R}_{dq}$	Widerstandsmatrix ( in am Läufer orientierten Zwei-Achsen-Koordinaten )
$R_1, R_2$	symmetrischer ohmscher Wicklungswiderstand ( $R_1=R_A=R_B=R_C$ ), primär, sekundär
$\sigma_{dD}, \sigma_{qQ}$	Blondel'scher Streukoeffizient
$T_A$	Abtastzeit
$\underline{T}_{ABC}$	Transformationsmatrix der linearen Abbildung A,B,C $\rightarrow$ $\alpha,\beta,0$
$\underline{T}_{dq}$	Transformationsmatrix der linearen Abbildung $\alpha,\beta \rightarrow$ d, q
$\tau_D, \tau_Q$	sekundäre Dämpferzeitkonstante
$P$	Polzahl je Wicklungsstrang
$p_{mech}$	mechanisch abgegebene Momentanleistung
$p_m$	Magnetische Momentanleistung
PMLSM	<u>P</u> ermanent <u>m</u> agnet <u>L</u> inearsyn <u>ch</u> ron <u>m</u> aschine
$p_V$	Verlustmomentanleistung
$\theta$	elektrischer Winkel zwischen wicklungsorientiertem und läuferorientiertem Koordinatensystem
$u_A, u_B, u_C, \vec{u}_{ABC}$	Strangspannung der Wicklung ( natürliche Wicklungskordinaten ), skalar/vektoriell
$u_\alpha, u_\beta, u_0, \vec{u}_{\alpha\beta 0}$	Strangspannungen ( an der Wicklung orientierte Zwei-Achsen-Koordinaten ), skalar/vektoriell
$u_d, u_q, u_0, \vec{u}_{dq0}$	Strangspannungen ( an der Wicklung orientierte Zwei-Achsen-Koordinaten ), skalar/vektoriell
$U_d$	Zwischenkreisspannung
$\vec{u}_{iABC}$	bewegungsinduzierte Strangspannungen ( vektoriell, natürliche Wicklungskordinaten )
$\vec{u}_{mABC}$	Transformatorische Strangspannungen ( vektoriell, natürliche Wicklungskordinaten )
U-WR	Zweipunkt-Wechselrichter mit Gleichspannungs-Zwischenkreis
$\tau_N$	Nutteilung
$\tau_p$	Polteilung
$T_p$	Verzögerungszeit/auf Kreisfrequenz normierte Phasenverschiebung
$v$	Mechanische Geschwindigkeit
$\omega$	Kreisfrequenz
$W_m, W_{cm}$	Magnetische Energie und Koenergie
WR	Wechselrichter
$x$	Läuferlage bzw. -position

## 1 Einleitung

In numerisch gesteuerten Fertigungseinrichtungen sind lagegeregelte Bewegungsachsen wesentliche Bestandteile. Ihre dynamischen Eigenschaften bestimmen sowohl die Produktivität der Anlage als auch die erreichbare Werkstückgüte bzw. die erreichbare Genauigkeit maßgeblich. Sowohl Haupt- als auch Nebenzeiten sind hier relevante Größen für die eigentlichen Stückzeiten. Die Hauptzeit ( Bearbeitungsprozess ) ist bei vorgegebener Genauigkeitsanforderung der Vorschubachse durch die maximal erreichbare Geschwindigkeit gegeben, während die Nebenzeiten ( Eilangpositionierung und Werkzeugwechsel ) durch die Eilanggeschwindigkeiten und –beschleunigungen bestimmt sind [1]. Zunehmende Anforderungen an die Produktivität sind daher eine wachsende Herausforderung an die lagegeregelten Bewegungsachsen hinsichtlich [1,2,3]:

- der Positionier- und Bahngenauigkeit,
- der dynamischen Laststeifigkeit bzw. Nachgiebigkeit gegenüber Lastkräften,
- dem erreichbaren Beschleunigungsvermögen und
- der Verfahrgeschwindigkeit.

Für lineare Vorschubachsen kommen elektromechanische Vorschubantriebe mit rotierenden Elektroantrieben und einem mechanischen Energiewandler ( Kugelgewindespindel, Zahnstange,-riemen/Ritzel ) oder Lineardirektantriebe in Frage. Dabei ist das Übertragungsverhalten der mechanischen Bauteile beeinträchtigt durch:

- zusätzliche Massen und Elastizitäten,
- Reibung und Lose sowie
- einzuhaltende Beschleunigungen und Geschwindigkeiten aufgrund ihrer mechanischen Eigenschaften ( z.B. kritische Drehzahl, mangelnde Steifigkeit beim Kugelgewindeantrieb oder Zahnstange,-riemen/Ritzel ).

Die angekoppelten Massen und Elastizitäten stellen ein schwingungsfähiges System dar, dessen Eigenfrequenzen die erreichbare Bandbreite eines solchen elektromechanischen Vorschubantriebs und damit dessen dynamische und statische Genauigkeit begrenzen.

Die Vorschubkraft des Lineardirektantriebs wirkt dagegen direkt, auftretende Eigenfrequenzen der verschiedenen Eigenmoden des Linearmotors können durch ein nachgiebig nicht in einem Schwingungsknoten befestigtes Lagemesssystem in den Lageregelkreis eingekoppelt werden. Sie liegen allerdings erheblich höher als bei vergleichbaren elektromechanischen Energiewandlern [4,5]. Die erreichbare Bandbreite und Genauigkeit sind daher um ein Vielfaches höher als bei vergleichbaren elektromechanischen Vorschubantrieben [1,3,5]. Aufgrund der niedrigeren Trägheitsmasse des Lineardirektantriebs ist aber auch eine höhere Bandbreite der Lageregelung erforder-

lich, um auch bei Angreifen von Störkräften eine hohe Genauigkeit zu gewährleisten. Daher ist auch die Regelung eines steifen Direktantriebs herausfordernd.

Die geringere Trägheitsmasse des Lineardirektantriebs führt je nach Lastmasse meist zu einem deutlich höheren Beschleunigungsvermögen des Lineardirektantriebs. Nur für sehr große Lastmassen ist z.B. der Kugelgewindeantrieb überlegen [1,3,6]. Hinsichtlich eines hohen Beschleunigungsvermögens wird bezüglich der zu bewegenden Gesamtmasse eine hohe Maximalkraft bei hoher Überlastfähigkeit angestrebt.

Ein weiteres Merkmal der Lineardirektantriebe besteht darin, dass die aktive Luftspaltfläche und damit die Masse und das Volumen des Läufers in etwa proportional mit der Nennkraft wachsen [1,6]. Aus diesem Grund ist der Einsatz derzeit auf mittlere Prozesskräfte, meist kleiner als 5000N beschränkt [1]. Der Schub ( Kraft pro Fläche ) ist daher eine Kenngröße, die den Vergleich von Motortypen unabhängig von deren Abmessungen zulässt. Für Maschinen in konventioneller Bauform liegt er bei bis zu  $35\text{kN/m}^2$  [7,8,6]. Die Zahnspulentechnik hat hier mit einer Steigerung der Kraftdichte um etwa 30% nochmals für eine erhebliche Verbesserung gesorgt [7].

Verglichen mit der Umfangsgeschwindigkeit rotierender Maschinen in elektromechanischen Vorschubantrieben wird das Geschwindigkeitspotential von Lineardirektantrieben nur zu einem Bruchteil ausgenutzt [1]. Elektromechanische Vorschubantriebe besitzen dagegen eine Untersetzung, die den rotierenden Motor in einem günstigeren Betriebspunkt betreibt. Der speisende Wechselrichter für einen Lineardirektantrieb gleicher Leistung ist daher auf einen höheren Strom auszulegen. Da die höhere Verlustleistung beim Lineardirektantrieb inmitten der Werkzeugmaschine anfällt, ist ein höherer Kühlaufwand notwendig. Dadurch entstehen höhere Kosten, die durch die Vorteile des Lineardirektantriebs gerechtfertigt sein müssen. Insbesondere für die Hochgeschwindigkeitsbearbeitung, deren Merkmale geringe Bearbeitungskräfte und hohe Bearbeitungsgeschwindigkeiten bei sehr hohen Genauigkeitsanforderungen sind, werden Lineardirektantriebe wirtschaftlich mit großem Erfolg eingesetzt [3]. Desweiteren kommen sie beispielsweise in den Bereichen des Laserschneidens, der Messtechnik, bei Textil- und Verpackungsmaschinen oder auch für Transportaufgaben zum Einsatz [1,9]. Die Anwendung von Lineardirektantrieben stellt hier mittlerweile den neusten Stand der Technik dar [9].

Darüberhinaus werden spezielle Linearmotoren, wenngleich mit anderem Anforderungsprofil, im Logistik- und Transportwesen zur weitläufigen, unabhängigen Bewegung von Massen ( z.B. Containerhandling, Parkhausanlagen oder Magnetschwebezüge ( Transrapid oder Yamanashi Maglev ) ) [10,11,12] eingesetzt.

## 2 Stand der Technik und Zielsetzung der Arbeit

Lineardirektantriebe werden den Anforderungen an Vorschubantriebe in modernen Fertigungseinrichtungen am besten gerecht, da sie sowohl ein hohes Beschleunigungsvermögen als auch hohe erreichbare Vorschubgeschwindigkeiten bei gleichzeitig ausgezeichneter erreichbarer statischer und dynamischer Genauigkeit besitzen.

Um die gewünschte Genauigkeit einer Vorschubachse mit Lineardirektantrieb bestmöglich zu erreichen, lassen sich geeignete Maßnahmen ergreifen.

Durch Maßnahmen der Konstruktion der Elektromaschine lassen sich sowohl die Kraftdichte als auch die Kraftwelligkeit optimieren. So sind mit modernen Zahnspulenwicklungen sehr kurze Wickelköpfe möglich; infolgedessen sinken Baugröße und Masse bzw. erhöht sich die Kraftdichte [7,11,13]. Gängige Methoden zur Minimierung der Kraftwelligkeit sind die Schrägung des Primär- gegenüber dem Sekundärteil [14,15] oder die geeignet unterschiedliche Wahl der Zahnbreiten benachbarter Zähne bei Zahnspulenwicklungen [7], eine optimierte Luftspalthöhe und Polbedeckung [14,16,17] oder die geeignete Form der Statorzähne [16].

Für eine vorgegebene elektrische Maschine lässt sich die erreichbare Genauigkeit nur durch steuerungs- und regelungstechnische Maßnahmen optimieren. Es ist eine möglichst hohe Führungs- und Stördynamik zu erzielen. Üblicherweise wird die Regelung in Kaskadenstruktur aus Strom-, Geschwindigkeits- und Lageregelkreis ausgeführt [1,4,18]. Auch Zustandsregelungen [2,14] oder Kombinationen aus Zustandsreglern und kaskadierten, einschleifigen Regelkreisen wurden bereits implementiert. So ist in [19] einer Geschwindigkeits- Zustandsregelung ein konventioneller Lageregelkreis überlagert. Insbesondere wenn dominante mechanische Resonanzen aktiv bedämpft werden sollen, kommen die Vorteile einer Zustandsregelung zum Tragen [20,21]. In [2,14] wurde aber gezeigt, dass sich selbst für mechanisch steife Antriebe eine vorteilhafte Dynamik erzielen lässt. Trotzdem sind Zustandsregelungen wegen ihrer komplizierten Parametrierung und der mangelnden Begrenzbarkeit einzelner Zustandsgrößen bis heute keine industrielle Standardlösung.

Oft wird der kraftbildende Regelkreis ( beschleunigende Kraft ) mit unverzögertem, proportionalem Übertragungsverhalten angenommen [14,2,22]. Diese Annahme vereinfacht zwar das zu betrachtende Gesamtsystem, erfordert aber eine sehr hohe Bandbreite des kraftbildenden Regelkreises gemessen an der Dynamik der überlagerten Regelung. Für eine große Abtastzeit der überlagerten Regelung bei kleiner Abtastzeit der kraftbildenden Regelung kann diese Bedingung hinreichend erfüllt sein. Hinsichtlich einer hohen Regeldynamik werden allerdings sehr kurze Abtast- ( $T_A \leq 500 \mu\text{s}$ ) und Rechenzeiten gefordert [3], sodass der kraftbildende Regelkreis notwendigerweise in die Reglerauslegung miteinbezogen werden muss. Hochdynamische Antriebsregelungen ( kraftbildende Regelung ) lassen sich nach direkten und indirekten Regelverfahren klassifizieren. Direkte Regelverfahren verwenden Schaltregler, die die Wechselrichterumschaltungen ohne linearen Regler und unterlagerte Pulsweitenmodulation

direkt am Regelziel orientieren. Die wichtigsten Vertreter sind als Direkte Selbstregelung (DSR/DSC) [23] oder Direct Torque Control (DTC) [24,25] bekannt. Als quasiana-loge Schaltregler<sup>1</sup> besitzen sie ein ausgezeichnetes Störverhalten. Die Direct Mean Torque Control (DMTC) [20,26,27,28] ist an die DTC angelehnt, besitzt aber im Gegen-satz dazu ein Schaltspiel mit definierter Schaltfrequenz und vermeidet dabei ein Kraft-/Drehmomentüberschießen infolge der Zeitdiskretisierung. Der Vorteil der direkten Regelverfahren relativiert sich gegenüber indirekten Regelverfahren mit Pulsweiten-modulation mit zunehmender Schalt- und Regelfrequenz, sodass in Werkzeugmaschi-nen mit Wechselrichtern eher hoher Schalt- ( $> 4$  kHz), Abtast- und Regelfrequenz ( $> 8$  kHz) indirekte Regelverfahren mit Pulsweitenmodulation die Standardlösung sind. Die Vorschubkraft wird üblicherweise nicht gemessen, sondern von den elektri-schen Zustandsgrößen abgeleitet. Entsprechend wird die Kraft gesteuert, indem ent-weder die Primärströme oder –flussverkettungen an den jeweils anderen Größen ori-entiert geregelt werden. Dabei ist zu beachten, dass nur der Strom direkt messbar ist.

Aufgrund ihrer einfachen Parametrierbarkeit und ihrer Robustheit werden üblicherwei-se PI-Stromregler mit Entkopplung eingesetzt [18,19,29]. Auch Stromzustandsregler werden verwendet, erfordern allerdings ein sehr genaues Modell der Maschine [30]. Regler mit endlicher Einstellzeit ( Finite-Impuls-Response ) bzw. Deadbeat-Regler können sprungförmige Regelabweichungen innerhalb einer festen Anzahl von Abtast-zeiten exakt ausregeln [30,31,32]. Sie gehören auch zur Klasse der linearen Regler; einen Spezialfall stellt der Regler mit minimaler Einstellzeit dar [32,33,34,35,36,37]. Er gewährleistet maximale Dynamik, erfordert aber einen hohen Stellspannungsbedarf vom Wechselrichter. Für den gewünschten ausgezeichneten Betrieb ist ein sehr genau-es, lineares Modell der Maschine erforderlich. Insbesondere hoch ausgenutzte Maschi-nen machen die Erfüllung dieser Voraussetzung sättigungsbedingt u.U. nicht möglich [38].

Unabhängig von der Regelstruktur ist hinsichtlich einer statisch und dynamisch genau-en Regelung eine hinreichend genaue Modellbildung erforderlich. Die elektrischen und magnetischen Modellparameter können messtechnisch erfasst werden, detaillierte Kenntnisse auch des dynamischen Betriebsverhaltens der Maschine sind aber bereits während des Entwurfsstadiums wünschenswert.

Vor diesem Hintergrund wurden im Rahmen dieser Arbeit folgende Zielsetzungen ver-folgt:

- *Aufbau eines Versuchsstands mit einem Permanentmagnet-Synchron-Lineardirektantrieb ( vgl. Abb. 1 )*
- *Entwicklung nichtlinearer Maschinenmodelle zur Berücksichtigung ausgeprägter magnetischer Sättigung*

---

<sup>1</sup> Die sehr hohe Abtastrate ist nur durch die Berechnungsdauer der Istgrößen ( Drehmoment, Fluss ) begrenzt.

Für die ausgeprägten magnetischen Sättigungseigenschaften der untersuchten Maschine wurden geeignete nichtlineare Maschinenmodelle entwickelt, die auch Oberwellen der Induktivitäten und Flussverkettungen sowie magnetische Sättigung berücksichtigen können. Die detailgetreue Modellierung der Maschine gestattet eine sehr realitätsnahe Simulation der nichtlinearen Eigenschaften und diente als Grundlage einer adaptiven Regelung.



Abb. 1: Versuchsstand des Lineardirektantriebs

- *Parametererfassung mit numerischen Methoden ( Finite Elemente ) und durch Messung*

Die mehrdimensionalen Parameterkennfelder der verwendeten Maschinenmodelle wurden sowohl messtechnisch als auch mit Mitteln der Finite-Elemente-( FE )-Berechnung ermittelt und für die Regelung verwandt. Eine Stärke der FE-Berechnung ist es, bereits im Entwurfstadium der Maschine detaillierte Informationen über ihr dynamisches Betriebsverhalten zu liefern.

- *Entwicklung einer robusten und effizienten Messmethode zur direkten Messung der wirksamen Induktivitäten und verketteten Flüsse bei magnetischer Anisotropie*
- *Implementierung parameter-adaptiver Deadbeat-Strom- und Flussregler mit minimaler Einstellzeit und Vergleich mit einer konventionellen PI-Stromregelung/Entkopplung*

Mit dem Ziel einer statisch und dynamisch hochgenauen Regelung wurden Deadbeat-Strom- und -Flussregler mit minimaler Einstellzeit implementiert und mit einer Standard-PI-Stromregelung/ Entkopplung verglichen. Kriterien waren dabei angesichts verschiedener Abtastzeiten einerseits die erreichbare Dynamik und Störsteifigkeit des Gesamtsystems als auch die Robustheit gegenüber Parameterschwankungen ( vor allem der magnetischen Parameter ). Die linearen Regler wurden für

die jeweils geeignet gewählten zustandsvarianten Maschinenmodelle als parameteradaptive Regler ausgeführt.

- *Entwicklung einer Lage- und Geschwindigkeitsregelung mit hoher Steifigkeit und Genauigkeit*

Eine geeignete überlagerte Lageregelung wurde sowohl für die unterlagerte PI-Regelung als auch für die Deadbeat-Regelung mit dem Ziel einer hohen dynamischen Genauigkeit optimiert. Die erreichbare Störsteifigkeit sowie das Führungsverhalten wurden sowohl simulatorisch als auch am realen Antrieb untersucht. Die unterlagerten kraftbildenden Regelungen werden hinsichtlich der erreichbaren Steifig- und Genauigkeit diskutiert.

Dabei gliedert sich die Arbeit folgendermaßen:

Nach einem kurzen Überblick der Merkmale und Bauformen von Lineardirektantrieben und ihres Einsatzes in Kapitel 3 werden in Kapitel 4 die entwickelten Motormodelle und die Ermittlung der zugehörigen Parameterkennfelder beschrieben.

Auf den Motormodellen aufbauend werden in Kapitel 5 zunächst die kraftbildenden Regelungen anhand von Simulationen und Messergebnissen diskutiert, anschließend wird die gewählte Geschwindigkeits- und Lageregelung beschrieben. Dabei werden die prinzipiellen Eigenschaften mit Hilfe von Simulationen herausgestellt.

In Kapitel 6 wird zunächst der Versuchsaufbau eingehend vorgestellt. Insbesondere wird auf die genaue Strommessung trotz signifikanter Störströme und auf die Lageerfassung eingegangen. Darüber hinaus werden die Messergebnisse der Lage- und Geschwindigkeitsregelung vorgestellt und bewertet.

In Kapitel 7 werden schließlich die wesentlichen Ergebnisse zusammengefasst.



### 3 Konstruktive Merkmale und Anwendung von Lineardirektantrieben

Lineardirektantriebe lassen sich für sehr unterschiedliche Anwendungen nutzen und stehen dabei in Konkurrenz zu konventionellen elektromechanischen Vorschubantrieben. Dabei sind verschiedene Bauformen mit ihren prinzipbedingten Eigenschaften zu unterscheiden. Daraus lassen sich sinnvolle Grenzen für den Einsatz von Lineardirektantrieben an Stelle konventioneller elektromechanischer Vorschubantriebe ableiten.

#### 3.1 Bauformen von linearen Direktantrieben

Wie rotatorische Direktantriebe gehören lineare Direktantriebe der Gruppe der langsam laufenden Maschinen mit hoher Kraft bzw. mit hohem Drehmoment an. Sie lassen sich weiter charakterisieren nach Funktionsprinzip, Maschinenquerschnitt und Statorausführung ( vgl. Abb. 2 ) [2].

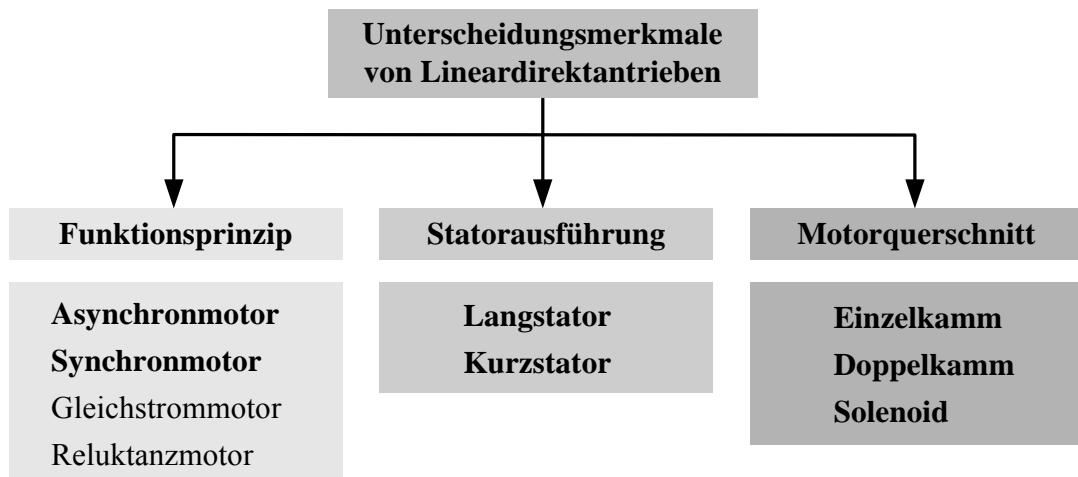


Abb. 2: Bauformen von Lineardirektantrieben

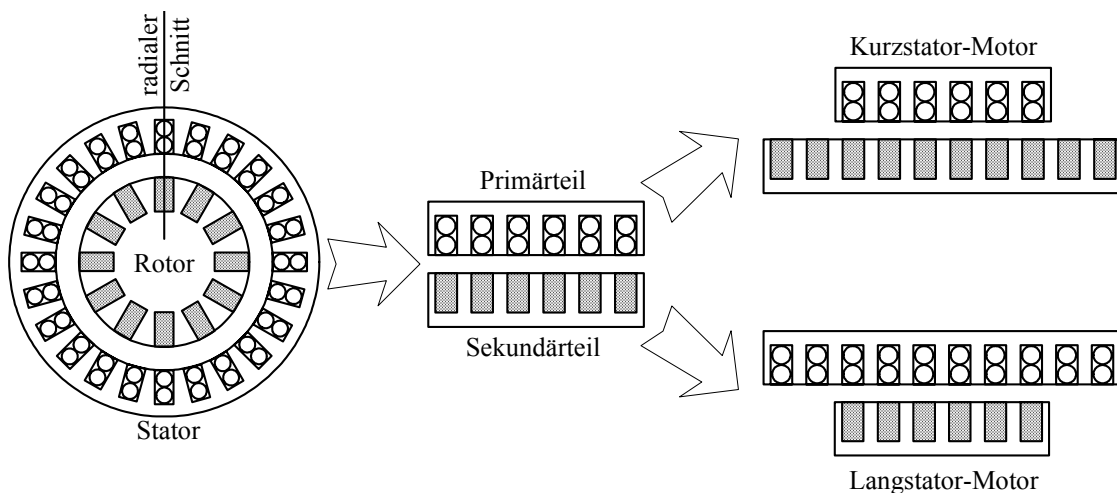


Abb. 3: Übergang rotierende Maschine auf Linearmaschine ( schematische Darstellung anhand der PMLSM )

Schneidet man die rotierende Maschine entsprechend Abb. 3 radial auf und wickelt sie in die Ebene ab, so entsteht ein Linearmotor. Durch das Auftrennen der Wicklungen geht allerdings die Periodizität der magnetischen Größen im Primär- und Sekundärteil gegenüber der rotierenden Maschine verloren, es kommt zum so genannten Längsrandeffekt. Ungeachtet dessen welches Teil bewegt wird, wird das Primärteil häufig in Analogie zur rotierenden Maschine als Stator bezeichnet. Je nachdem, ob das Primärteil länger oder kürzer als das Sekundärteil ausgeführt ist, spricht man von einem Langstator- oder Kurzstatormotor.

Der Langstatorlinearmotor eignet sich eher für einen kurzen Verfahrensweg, der durch die Länge des Primärteils festgelegt ist, da die Stromwärmeverluste und die wirksame Streuinduktivität mit zunehmender Länge in etwa gleichem Maß ansteigen. Die Wicklung ist dann das statische Bauteil, während das Sekundärteil bewegt wird. Dessen geringe Masse erlaubt beim Verfahren sehr kleiner Lastmassen sehr hohe Beschleunigungen [29]. Um das Prinzip für längere Verfahrestrecken anzuwenden, wird die Strecke üblicherweise abschnittsweise bestromt. Geschieht dies mittels mehrerer Wechselrichter, so lassen sich auf unabhängig angesteuerten Streckenabschnitten auch mehrere Fahrzeuge jeweils unabhängig steuern. Im Logistik- und Transportwesen wird die Technologie erfolgreich angewandt [10,12,39,]. Die Fähigkeit, mehrere passive Läufer unabhängig, hochdynamisch und „endlos“ auf geschlossenen Bahnen zu bewegen, gestattet neue Maschinenkonzepte, die den Langstator auch in industriellen Anwendungsfeldern interessant machen [11].

Dagegen ist beim Kurzstatorlinearmotor das gesamte Primärteil an der Kraftbildung beteiligt. Es ergibt sich eine mit rotierenden Maschinen vergleichbare primäre Streuung. Die Notwendigkeit, die Energie einem bewegten Primärteil üblicherweise mit einem Schleppkabel zuzuführen, begrenzt den Verfahrensweg. Ohne weitere Einschränkung lassen sich bei separater Speisung mehrere Läufer unabhängig auf einem Sekundärteil bewegen. Im Werkzeugmaschinenbau ist der Kurzstatorlinearmotor derzeit die hauptsächlich ausgeführte Bauform.

Darüberhinaus unterscheidet man hinsichtlich des Motorquerschnitts Einzelkamm-, Doppelkamm- und Solenoidmotor ( vgl. Abb. 4 ).

Im Werkzeugmaschinenbau dominiert der Einzelkammlinearmotor mit bewegtem Primärteil aufgrund seiner einfachen Struktur und theoretisch „unbegrenzten“ Verfahrlänge. Prinzipbedingt können hohe Anziehungskräfte zwischen Primär- und Sekundärteil ( bis zu 5facher Nennvorschubkraft [6] ) wirken. Doppelkammlinear- und Solenoidmotoren werden üblicherweise als Kurzstatormotoren mit bewegtem Sekundärteil gebaut. Je kürzer das Sekundärteil, desto geringer ist die Verfahrlänge, umso höher dafür das Beschleunigungsvermögen. Anziehungskräfte zwischen Primärteil/-en und Sekundärteil kompensieren sich bei symmetrischem Aufbau.

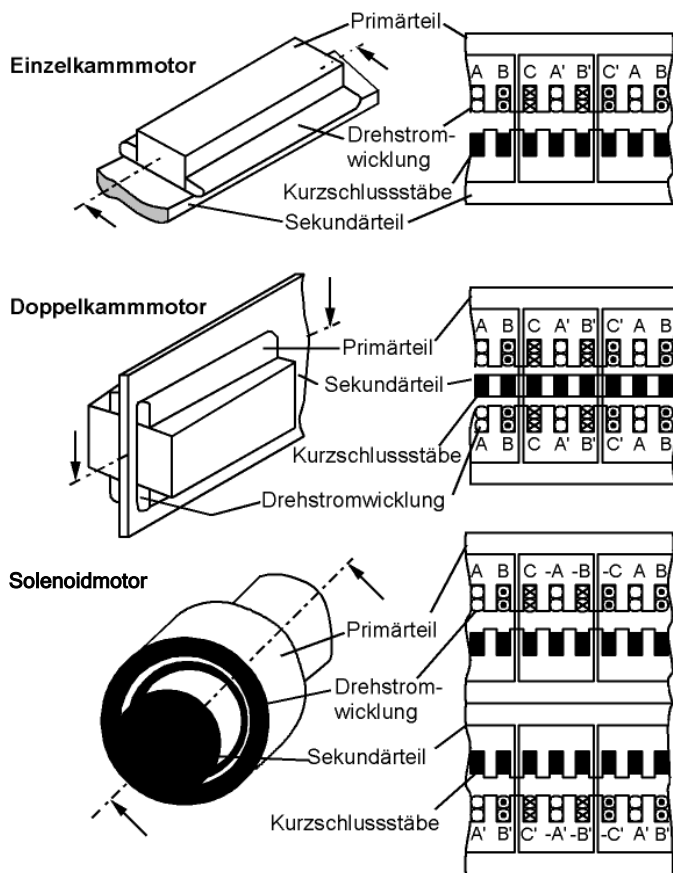


Abb. 4: Struktur des Einzelkamm-, Doppelkamm- und Solenoidmotors

sehr einfaches und robustes Sekundärteil, entweder mit Kurzschlussstäben [8] oder einfach als Aluminiumplatte auf einer Stahlträgerplatte [40]. Aus dieser Einfachheit resultiert neben hoher Überlastfähigkeit und Robustheit für längere Verfahrswege ein Kostenvorteil gegenüber dem Permanentmagnet-Synchronmotor. Die wesentlichen Nachteile sind die geringere Kraftdichte, die Wärmeentwicklung im Sekundärteil und der ausgeprägte dynamische Längsrandeffekt, der zu einer effektiven Absenkung der erreichbaren Vorschubkraft bei hoher Geschwindigkeit führt [41,42]. Andere Funktionsprinzipien wie das von Gleichstrommotoren (mechanisch kommutiert oder kurzhubig unkommutiert) und Reluktanzmotoren (z.B. Schrittmotoren) haben als hochdynamische und hochgenaue Lineardirektantriebe in Werkzeugmaschinen keine Bedeutung [8].

Die hauptsächlich eingesetzten Funktionsprinzipien sind der permanentenerregte Synchron- und der Asynchronlinearmotor. Der entscheidende Vorteil des permanentenerregten Synchronlinearmotors ist die um 50–100% höhere Kraftdichte [6]. Daran gebunden sind aber u.U. große, konstruktiv nicht vollständig kompensierbare Rastkräfte, die auch ohne Bestromung des Primärteils wirken (Cogging) [8,14]. Eisenlose Sekundärteile dagegen erlauben aufgrund vernachlässigbarer Rastkräfte einen sehr gleichmäßigen Lauf. Hohe Preise für Permanentmagnete stellen mit wachsender Länge des Sekundärteils einen wesentlichen Kostenfaktor dar. Der Asynchronlinearmotor besitzt ein

### 3.2 Eigenschaften des Lineardirektantriebs und Abgrenzung zu elektromechanischen Vorschubantrieben

Hinsichtlich der Umsetzung einer rotatorischen in eine translatorische Bewegung sind Kugelgewindetrieb, Zahnriemen/Ritzel und Zahnstange/Ritzel die hauptsächlichsten mechanischen Energiewandler. Einen Vergleich solcher elektromechanischer Antriebe zeigt Tabelle 1 [43]. Das größte Manko der Zahnriemen/Ritzel-Kombination ist die beschleunigungsbegrenzende Elastizität des Riemens. Die Genauigkeit ist dadurch ebenso beeinträchtigt wie durch das Spiel zwischen Zahnstange und Ritzel des Zahn-

stangenantriebs.

Insbesondere hinsichtlich einer hohen Genauigkeit ist der Kugelgewindeantrieb mit dem Lineardirektantrieb vergleichbar. Aus Gründen der mechanischen Steifigkeit des Kugelgewindeantriebs sind Verfahr­länge und Spindeldrehzahl auf vergleichsweise geringe Werte begrenzt. Die maximale Spindeldrehzahl bestimmt bei gegebener Spindelsteigung die maximale Vorschubgeschwindigkeit. Steigungsfehler beeinträchtigen die Genauigkeit. Um das Spiel zwischen Spindel und Spindelmutter klein zu halten, werden üblicherweise zwei Spindelmuttern mechanisch gegeneinander verspannt. Dadurch wachsen allerdings Verschleiß und Reibungswiderstand zwischen beiden. Darüber hinaus besitzt der Kugelgewindetrieb durch Spindel- und Rotormasse bei gegebener Untersetzung eine vergleichsweise hohe parasitäre Trägheitsmasse. Aufgrund dieser zusätzlichen Trägheitsmasse und der Untersetzung ist insbesondere bei kleiner Lastmasse das Beschleunigungsvermögen vergleichsweise gering und der Energiebedarf beim Beschleunigen vergleichsweise hoch. Gegenüber dem Lineardirektantrieb begünstigt eine mechanische Untersetzung für wachsende Lastmassen das Beschleunigungsvermögen des Kugelgewindeantriebs. Für hohe Lastmassen besitzt der Kugelgewindeantrieb ein höheres Beschleunigungsvermögen als der Lineardirektantrieb [1,3,14,44].

*Tabelle 1: Antriebskonzepte im Vergleich [43]*

	Linearmotor	rotierender Motor mit		
		Kugelgewindetrieb	Zahnriemen	Zahnstange
Geschwindigkeit	++	○	+	+
Beschleunigung	++	+	–	○
Genauigkeit	++	+	–	–
Vorschubkraft	○	++	○	+
Verfahrweg	++	–	+	++
Lebensdauer/Verschleiß	++	○	○	○
Projektierung und Maschinenkonstruktion	+	○	+	+

Der Verfahrweg des Lineardirektantriebs ist prinzipiell nicht begrenzt, ein notwendiges Schleppkabel beim Kurzstatormotor mit bewegtem Primärteil erfordert aber eine sinnvolle Verfahr­länge. Üblicherweise wird das Geschwindigkeitspotential linearer Direktantriebe nicht ausgeschöpft, die Umfangsgeschwindigkeit des Rotors einer vergleichbaren rotierenden Maschine mit Untersetzungsgetriebe ist deutlich höher. Die Vorschubleistung des Linearmotors muss daher durch eine vergleichsweise hohe Vorschubkraft bereitgestellt werden. Der vergleichsweise schlechte Wirkungsgrad erfordert kostentreibende Kühlmaßnahmen und eine größere Wechselrichterbauleistung [1,45]. Mangels Untersetzungsgetriebe sind Baugröße und Masse bei vorgegebenem

erreichbarem Schub des Linearmotors in etwa proportional zur Nennvorschubkraft [6], sodass sich Lineardirektantriebe nicht für höchste Vorschubkräfte eignen. Beim Lineardirektantrieb wirken bei Lastrückwirkungen weder große parasitäre Massen noch eine mechanische Untersetzung reduzierend. Eine hohe statische und dynamische Genauigkeit ist durch geeignete regelungstechnische Maßnahmen zu garantieren, wobei die Regelungsbandbreite steifer Direktantriebe praktisch nicht durch mechanische Resonanzfrequenzen eingeschränkt wird. Den besonderen nichtlinearen Eigenschaften von Linearmotoren, z.B. den statischen und dynamischen Endeffekten, ist dabei Rechnung zu tragen. Da Verschleiß nur in den Linearführungen auftritt, handelt es sich um ein sehr wartungsarmes Antriebssystem.

Eine Übersicht über die wesentlichen Vor- und Nachteile von Lineardirekt- und Kugelgewindeantrieb zeigt Tabelle 2:

*Tabelle 2: Vor- und Nachteile von Lineardirekt- und Kugelgewindeantrieb*

<b>Lineardirektantrieb</b>	<b>Kugelgewindeantrieb</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>+ hohe Regelungsbandbreite</li> <li>+ hochpräzise Positionier- und Bahn- genauigkeit</li> <li>+ hohe Verfahrgeschwindigkeit</li> <li>+ hohes Beschleunigungsvermögen bei kleiner Lastmasse</li> <li>+ hohe Zuverlässigkeit und Wartungsar- mut</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>+ Bauraumoptimierung mittels schnell dre- hender, untersetzter Servomotoren</li> <li>+ mechanische Untersetzung verringert die Lastrückwirkungen auf den Antrieb.</li> <li>+ Motor als Hauptwärmequelle außerhalb der eigentlichen Werkzeugmaschine</li> <li>+ Vielzahl kommerziell erhältlicher Vari- anten bei günstigen Kosten</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>– großer Bauraum und große Masse bei hoher Vorschubkraft</li> <li>– Auslegung des Wechselrichters auf hö- here Stromtragfähigkeit</li> <li>– Flüssigkeitskühlung mit minimaler Mo- torerwärmung bei hoher Kraftdichte</li> <li>– aufgrund geringer Eigenträgheit wirken sich Nutzmassenschwankung stark auf die Streckenparameter aus.</li> <li>– keine Selbsthemmung bei vertikalen Achsen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– mechanische Elastizitäten mit niedriger Resonanzfrequenz begrenzen die erreich- bare Regelbandbreite und Verfahrlänge</li> <li>– nichtlineares Übertragungsverhalten auf- grund von Reibung, Reibungsumkehr- spanne und Fertigungsungenauigkeiten ( Spindelsteigungsfehler )</li> <li>– Wartung und begrenzte Lebensdauer auf- grund von Verschleiß</li> </ul>

Aufgrund ihrer Eigenschaften eignen sich Lineardirektantriebe vorzugsweise für An-  
wendungen, bei denen hochdynamische und hochpräzise Vorschubbewegungen bei  
geringen Lastmassen und -kräften erzeugt werden sollen. Sie lassen sich auch für An-  
wendungen mit sehr hohen Vorschubkräften oder geringeren dynamischen Anfor-  
derungen einsetzen – konventionelle elektromechanische Antriebe sind hier aber die kos-  
tengünstigere Lösung.

## 4 Modellbildung

Das elektrische Modell eines synchronen Linearmotors ist dem Modell des rotierenden Äquivalents sehr ähnlich. Der wesentliche elektromagnetische Unterschied ist der Längsrandeffekt [41,46]. Der statische Längsrandeffekt entsteht durch die unsymmetrische Lage der drei Strangwicklungen bezüglich des endlichen Primärteils. Je größer die Polpaarzahl  $P$ , desto geringer ist der Einfluss der Endpole auf die elektrischen Eigenschaften des Linearmotors. Als dynamischen Längsrandeffekt bezeichnet man die Tatsache, dass bei einer Bewegung des Linearmotors die auflaufenden Bereiche des Sekundärteils vom Primärteil magnetisiert werden, während bei den ablaufenden eine Entmagnetisierung erfolgt. Demzufolge werden in diesen Bereichen des Sekundärteils zusätzliche Ströme induziert. Beim Asynchronlinearmotor beruht die Kraftentwicklung auf dem Feld, das von Strömen im Sekundärteil hervorgerufen wird. Da sich diese Ströme aber nur mit begrenzter Dynamik im Sekundärteil einstellen, kommt es im Eintrittsbereich des Sekundärteils zu einer Absenkung der Amplitude des Sekundärfelds und im Austrittsbereich zu einem Schweif, was letztlich mit steigender Geschwindigkeit zu einer verringerten Vorschubkraft führt [42]. Beim Synchronlinearmotor spielt der dynamische Längsrandeffekt keine Rolle.

Die charakteristischen parasitären Eigenschaften des Linearmotors sollen hier zunächst vernachlässigt werden, sodass vom Modell der rotierenden Synchronmaschine ausgegangen werden kann. Die Synchronmaschine ist aufgrund ihrer Bedeutung als Generator für Energieversorgungsnetze bereits sehr frühzeitig intensiv untersucht worden [47]. Zu beachten ist dabei, dass der permanent erregte Synchronmotor keine Erregerwicklung besitzt. Die Gleichungen (1),(2) geben die Spannungsgleichungen der Primärteilwicklung an. Während das Primärteil zur Unterdrückung von Wirbelströmen geblecht ausgeführt wird, besteht das Sekundärteil aus einer Stahlträgerplatte, auf die die Permanentmagneten aufgeklebt sind. Ein massives, elektrisch leitfähiges Sekundärteiljoch wirkt wie ein Dämpferkäfig, in dem Wirbelströme induziert werden sobald sich der durchdringende Fluss ändert. Er wird durch die Gleichungen (3),(4) repräsentiert. Die mit der Primärwicklung verketteten Flüsse werden durch die Gleichungen (5),(6) ausgedrückt, die mit den Wirbelströmen im Sekundärteil verketteten Flüsse genügen den Gleichungen (7),(8).

$$u_d = R_1 \cdot i_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \frac{d\theta}{dt} \cdot \Psi_q \quad (1)$$

$$u_q = R_1 \cdot i_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \frac{d\theta}{dt} \cdot \Psi_d \quad (2)$$

$$0 = R_2 \cdot i_D + \frac{d\Psi_D}{dt} \quad (3)$$

$$0 = R_2 \cdot i_Q + \frac{d\Psi_Q}{dt} \quad (4)$$

mit

$$\Psi_d = L_{dd} \cdot i_d + L_{dD} \cdot i_D + \Psi_{PM} \quad (5)$$

$$\Psi_q = L_{qq} \cdot i_q + L_{qQ} \cdot i_Q \quad (6)$$

$$\Psi_D = L_{dD} \cdot i_d + L_{DD} \cdot i_D + \Psi_{PM} \quad (7)$$

$$\Psi_Q = L_{qQ} \cdot i_q + L_{QQ} \cdot i_Q \quad (8)$$

Dabei sind i. Allg. sowohl die Koppelinduktivitäten  $L_{dD}$ ,  $L_{qQ}$  als auch die Selbstinduktivitäten  $L_{dd}$ ,  $L_{qq}$ ,  $L_{DD}$ ,  $L_{QQ}$  sättigungsabhängig von den erregenden Strömen  $i_d$ ,  $i_q$ ,  $i_D$ ,  $i_Q$  sowie dem Permanentfluss  $\Psi_{PM}$ .

Zunächst soll in einer Vorüberlegung das transiente Verhalten der Maschine im Stillstand ( $\frac{d\theta}{dt} = 0$ ) im Laplacebereich untersucht werden. Dabei sei das i. Allg. sättigungsabhängige System (1)–(8) vereinfachend als Kombination zweier unabhängiger, linearer Teilsysteme  $\{(1),(3),(5),(7)\}$  und  $\{(2),(4),(6),(8)\}$  angenommen. Exemplarisch soll das erste Teilsystem untersucht werden, die Verhältnisse im zweiten Teilsystem ergeben sich analog. Es gelte zum Zeitpunkt  $t = 0$ :  $i_d(t = 0) = I_{d0}$ ,  $i_D(t = 0) = I_{D0}$ . Transformiert man die Spannungsgleichungen in den Laplacebereich, so ergibt sich:

$$U_d(s) = R_1 \cdot I_d(s) + L_{dd} \cdot (s \cdot I_d(s) - I_{d0}) + L_{dD} \cdot (s \cdot I_D(s) - I_{D0}) \quad (9)$$

$$0 = R_2 \cdot I_D(s) + L_{dD} \cdot (s \cdot I_d(s) - I_{d0}) + L_{DD} \cdot (s \cdot I_D(s) - I_{D0}) \quad (10)$$

Daraus lässt sich die folgende Beziehung (11) nur zwischen Primärstrom  $I_d(s)$  und Primärspannung  $U_d(s)$  ableiten.

$$U_d(s) = \left[ R_1 + s \cdot L_{dd} \cdot \frac{1 + s \cdot \sigma_{dD} \cdot \tau_D}{1 + s \cdot \tau_D} \right] \cdot I_d(s) - \dots \quad (11)$$

$$\dots \frac{1}{1 + s \cdot \tau_D} \cdot L_{dD} \cdot I_{D0} - \frac{1 + s \cdot \sigma_{dD} \cdot \tau_D}{1 + s \cdot \tau_D} \cdot L_{dd} \cdot I_{d0}$$

Dabei bezeichnet  $\sigma_{dD}$  den Streukoeffizienten und  $\tau_D$  die Dämpferzeitkonstante folgendermaßen:

$$\sigma_{dD} = 1 - \frac{L_{dD}^2}{L_{dd} \cdot L_{DD}} \quad (0 < \sigma_{dD} < 1) \quad (12)$$

$$\tau_D = \frac{L_{DD}}{R_2} \quad (13)$$

Für zwei verschiedene Fälle lässt sich das Maschinenmodell allein durch die beiden Gleichungen (1) und (2) beschreiben:

1. Fall:

2. Fall:

$$s \cdot \sigma_{dD} \cdot \tau_D < s \cdot \tau_D \ll 1$$

$$\sigma_{dD} \rightarrow 1$$

Der erste Fall ergibt sich für einen sehr großen ohmschen Dämpferwiderstand  $R_2$  für ein elektrisch schlecht leitfähiges oder gar geblechtes Sekundärteil. Der zweite Fall gilt für einen großen Streufaktor  $\sigma_{dD}$ . Die Luftspaltinduktivität lässt sich unter vereinfachenden Annahmen analytisch bestimmen. So wird oft angenommen, dass das fluss-

führende Eisenmaterial eine unendlich hohe magnetische Leitfähigkeit besitzt [48]. Sie gibt unter der genannten Voraussetzung an, welcher Fluss mit dem Sekundärteil verknüpft ist und genügt der Bedingung (14):

$$L_{\delta} \sim \frac{\tau_p}{\delta + h_{PM}} \quad (14)$$

Es ist klar ersichtlich: Je größer das Verhältnis  $\frac{\delta + h_{PM}}{\tau_p}$  von Summe aus Luftspaltweite  $\delta$  und Permanentmagnethöhe  $h_{PM}$  zu Polteilung  $\tau_p$  ist, desto geringer ist die Luftspaltinduktivität  $L_{\delta}$ . Auch bei begrenzter magnetischer Leitfähigkeit des Eisens ergibt sich qualitativ eine ähnliche Abhängigkeit der Koppelinduktivität  $L_{dD}$  von der Geometrie des Motors. Bei PM-Synchronmotoren mit Oberflächenmagneten ist der Spalt zwischen Primärteil und Sekundärteiljoch gegenüber der Polteilung in der Regel sehr groß, sodass diese Motoren im Vergleich zur Asynchronmaschine mit kleinem Luftspalt eine große Streuung besitzen. Abb. 5 zeigt einen mit einer FE-Berechnung ermittelten Feldlinienverlauf der untersuchten Maschine bei alleiniger Erregung durch den Wicklungsstrom  $i_q$ . Nur wenige Feldlinien schließen sich über das Sekundärteil, stattdessen entsteht eine Vielzahl von Streufeldlinien. Somit liegt näherungsweise der 2. Fall mit  $\sigma_{dD}, \sigma_{qQ} \rightarrow 1$  bzw.  $L_{dD}, L_{qQ} \rightarrow 0$  vor.

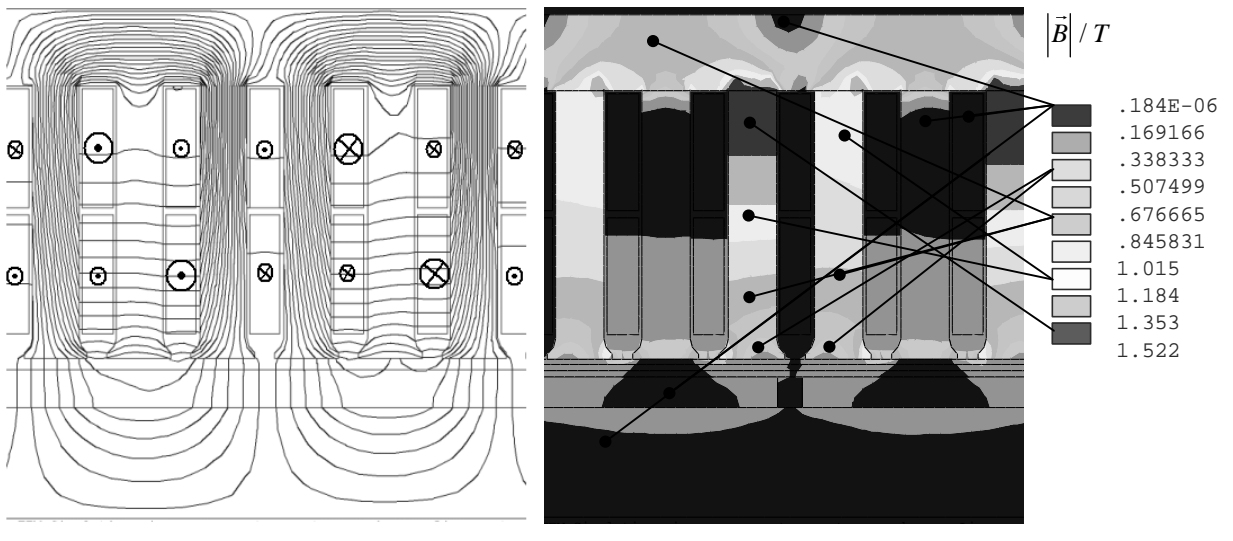


Abb. 5: Feldlinien bei alleiniger Erregung durch die Wicklungsströme ( $i_q = 0,9$  p.u., FE-Berechnung)

Trotz einer geringen Hauptinduktivität  $L_{dD}$  ist ein hoher Permanentfluss  $\Psi_{PM}$  mit der Primärteilwicklung verknüpft (vgl. Abb. 6).

Im regelungstechnischen Modell muss nicht notwendigerweise ein komplexes Modell des Luftspaltflusses berücksichtigt werden [6]. In der Literatur [14,19,29] wird daher ohne weitere Begründung davon ausgegangen, dass der Luftspaltfluss nur durch die Permanentmagnete, die Primärdurchflutung und die Geometrie definiert wird; die Dämpferspannungsgleichungen werden vernachlässigt.



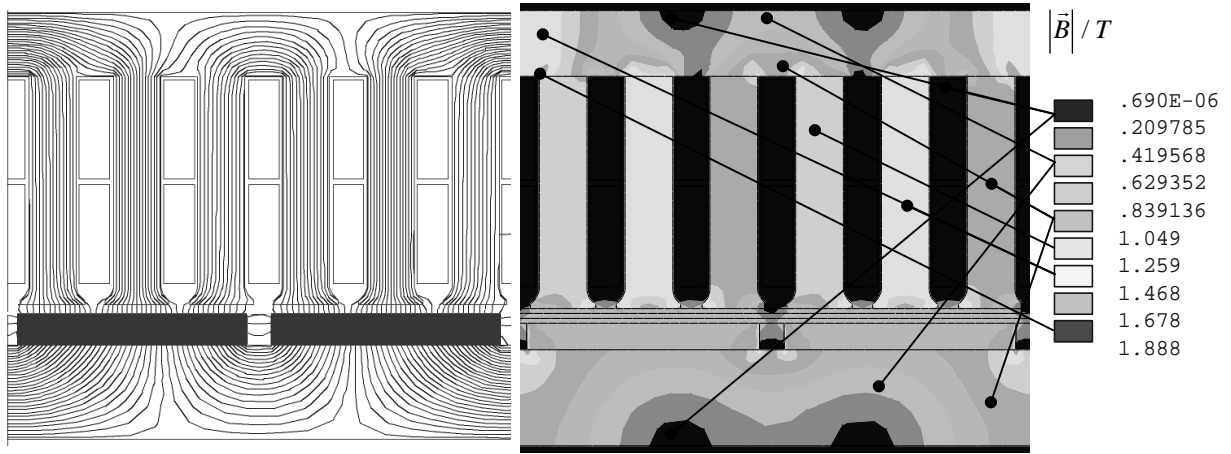


Abb. 6: Feldlinien bei alleiniger Erregung durch die Permanentmagnete ( Koerzitivfeldstärke:  $H_{CB} = 750 \frac{kA}{m}$ , FE-Berechnung )

Nunmehr soll der untersuchte PMLSM durch den Primärfluss beschrieben werden, der allein von den Strangströmen  $i_A, i_B, i_C$  in der Primärwicklung und dem Permanentfluss  $\Psi_{PM}$  hervorgerufen wird. Dabei sollen aber auch Oberwellen im Fluss aufgrund von Nutung, statischem Längsrandeffekt und unsymmetrischem Wicklungsaufbau berücksichtigt werden. Aus diesem Grund wird von den primären Spannungsgleichungen in natürlichen, dreisträngigen Koordinaten ausgegangen ( vgl. (15) ). Sie folgen aus dem Induktionsgesetz [49]. Eine ausführliche Version der folgenden Ableitung findet sich im Anhang A1.

$$\begin{pmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_A & 0 & 0 \\ 0 & R_B & 0 \\ 0 & 0 & R_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{pmatrix} \quad \text{oder in vektorieller Notation:} \quad \vec{u}_{ABC} = \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC} + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_{ABC} \quad (15)$$

Da die Permanentmagnete am Sekundärteil befestigt sind, ist der PM-Fluss, der mit den drei Wicklungen des Primärteils verkettet ist, abhängig von der Position des Primärteils in Bezug auf das Sekundärteil. Weiter sind die Strangwicklungen mit einem Fluss verkettet, der von den Strangströmen hervorgerufen wird. Berücksichtigt man die Sättigung des Eisens, so bedingen sich die Flüsse, die einerseits von den Permanentmagneten und andererseits von den Strangströmen hervorgerufen werden gegenseitig ( das Superpositionsprinzip gilt nicht! ). Die gesamten Strangflüsse lassen sich entsprechend (16) in Abhängigkeit von den Strangströmen  $\vec{i}_{ABC}$  und der Verschiebung zwischen Primär- und Sekundärteil  $x$  angeben:

$$\vec{\Psi}_{ABC} = \vec{\Psi}_{ABC}(\vec{i}_{ABC}, x) \quad (16)$$

Damit lässt sich die Gleichung (15) auch in der folgenden Form (17) darstellen. Darin sind  $\vec{u}_{mABC}$  und  $\vec{u}_{iABC}$  die transformatorische und die bewegungsinduzierte Spannung und  $\frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}}$  die Matrix der differentiellen Induktivitäten [50] oder auch der inkremen-

tellen Induktivitäten [51].

$$\vec{u}_{ABC} = \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC} + \underbrace{\frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}} \cdot \frac{d\vec{i}_{ABC}}{dt}}_{\vec{u}_{mABC}} + \underbrace{\frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}_{\vec{u}_{iABC}} \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi_B}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi_B}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi_B}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi_C}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi_C}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi_C}{\partial i_C} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Nun wird nach [52] die folgende lineare Abbildung (18) im wicklungsfesten/primärteilstesten  $\alpha\beta 0$ -Koordinatensystem definiert:

$$\vec{u}_{\alpha\beta 0} = \begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}}_{\underline{T}_{=ABC}} \cdot \vec{u}_{ABC} \quad \text{bzw.} \quad \vec{u}_{ABC} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix}}_{\underline{T}_{=ABC}^{-1}} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta 0} \quad (18)$$

Die Transformation der gesamten Statorspannungsgleichung in das  $\alpha\beta 0$ -Koordinatensystem liefert (19).

$$\vec{u}_{\alpha\beta 0} = \underline{T}_{=ABC} \cdot \underline{R} \cdot \underline{T}_{=ABC}^{-1} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta 0} + \underbrace{\underline{T}_{=ABC} \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}} \cdot \underline{T}_{=ABC}^{-1}}_{\frac{\partial \vec{\Psi}_{\alpha\beta 0}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta 0}}} \cdot \frac{d\vec{i}_{\alpha\beta 0}}{dt} + \frac{\partial \vec{\Psi}_{\alpha\beta 0}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \vec{\Psi}_{\alpha\beta 0}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta 0}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial i_\alpha} & \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial i_\beta} & \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial i_0} \\ \frac{\partial \Psi_\beta}{\partial i_\alpha} & \frac{\partial \Psi_\beta}{\partial i_\beta} & \frac{\partial \Psi_\beta}{\partial i_0} \\ \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_\alpha} & \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_\beta} & \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_0} \end{pmatrix}$$

Nach der Knotenpunktsbedingung verschwindet der Nullstrom  $i_0$  für die im Stern geschaltete Maschine mit isoliertem Sternpunkt, sodass sich die Spannungen  $u_\alpha$ ,  $u_\beta$  auch ohne Kenntnis der Nullspannung  $u_0$  eindeutig mittels der Strangströme und -flüsse beschreiben lassen. HF-Erscheinungen wie kapazitive Verschiebungsströme werden in der Modellbildung nicht berücksichtigt!

Weiter werden bei der im Stern geschalteten Maschine mit isoliertem Sternpunkt nicht die Strangspannungen, sondern die verketteten Spannungen gesteuert. Zwei unabhängige verkettete Spannungen lassen sich wiederum umkehrbar eindeutig durch die Zweiachsengrößen  $u_\alpha$  und  $u_\beta$  ausdrücken ( vgl. (20) ).

$$\begin{pmatrix} u_{AB} \\ u_{BC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \vec{u}_{ABC} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \underline{T}_{=ABC}^{-1} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta 0} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix}}_{\vec{u}_{\alpha\beta}} \quad (20)$$

Aus diesem Grund ist die Beschreibung der allgemeinen Maschine in Sternschaltung mit isoliertem Sternpunkt mit zwei Spannungsgleichungen  $\vec{u}_{\alpha\beta}$  eindeutig, vollständig und nicht auf die Grundwellenmaschine beschränkt!

$$\vec{u}_{\alpha\beta} = \frac{1}{3} \underbrace{\begin{pmatrix} 2R_A + \frac{1}{2}(R_B + R_C) & \frac{\sqrt{3}}{2}(R_C - R_B) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(R_C - R_B) & \frac{3}{2}(R_B + R_C) \end{pmatrix}}_{\underline{R}_{\alpha\beta}} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\beta}} \end{pmatrix}}_{\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta}}} \cdot \frac{d\vec{i}_{\alpha\beta}}{dt} + \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (21)$$

Entsprechend Abb. 7 wird das sekundärteilstfeste  $dq$ -Koordinatensystem eingeführt, das gegen das  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem um den Winkel  $\theta$  verdreht ist, der entsprechend (22) von der Verschiebung  $x$  zwischen Primär- und Sekundärteil abhängt. Die Koordinaten lassen sich mit (23) transformieren, wobei  $\underline{T}_{dq}$  eine orthogonale Matrix ist.

$$\theta = \frac{\pi}{\tau_p} \cdot x \quad (22)$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{pmatrix}}_{\vec{u}_{\alpha\beta}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}}_{\underline{T}_{dq}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix}}_{\vec{u}_{dq}}; \quad \vec{u}_{dq} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}}_{\underline{T}_{dq}^{-1}} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta} \quad (23)$$

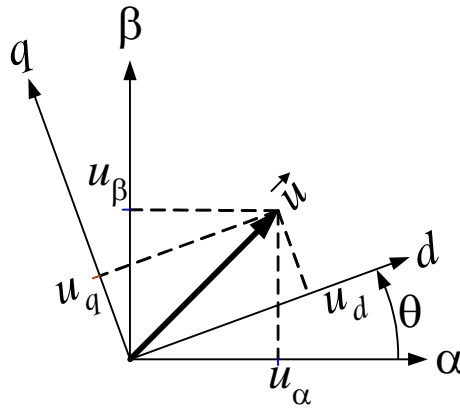


Abb. 7:  $\alpha\beta$ - und  $dq$ -Koordinatensystem

Im  $dq$ -Koordinatensystem lautet die zweiachsige Spannungsgleichung (21) folgendermaßen:

$$\vec{u}_{dq} = \underbrace{\underline{T}_{dq}^{-1} \cdot \underline{R}_{\alpha\beta} \cdot \underline{T}_{dq}}_{\underline{R}_{dq}} \cdot \vec{i}_{dq} + \underbrace{\underline{T}_{dq}^{-1} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta}} \cdot \underline{T}_{dq}}_{\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}}} \cdot \frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (24)$$

$$\text{mit } \underline{R}_{dq} = \begin{pmatrix} \bar{R} + \Delta R \cdot \cos(2\theta) + R' \cdot \sin(2\theta) & -\Delta R \cdot \sin(2\theta) + R' \cdot \cos(2\theta) \\ -\Delta R \cdot \sin(2\theta) + R' \cdot \cos(2\theta) & \bar{R} - \Delta R \cdot \cos(2\theta) - R' \cdot \sin(2\theta) \end{pmatrix}$$

$$\bar{R} = \frac{R_A + R_B + R_C}{3}; \quad \Delta R = \frac{2R_A - (R_B + R_C)}{6}; \quad R' = \frac{R_C - R_B}{2\sqrt{3}}$$

Diese Gleichung zeigt, dass eine Unsymmetrie der ohmschen Strangwiderstände aufgrund ungleicher Wicklungen oder aufgrund ungleicher Erwärmung der einzelnen Widerstände in  $dq$ -Koordinaten zu einer Welligkeit mit der Periode  $\tau_p$  führt. Genauso wirkt sich eine wicklungsfeste magnetische Anisotropie aus. Umgekehrt ergibt eine in synchronen  $dq$ -Koordinaten unabhängige sättigungs- oder geometriebedingte magnetische Anisotropie eine Welligkeit in  $\alpha\beta$ -Koordinaten. Für gleiche Statorwiderstände  $R_i = R_j \mid \forall i, j \in \{A, B, C\}$  geht Gleichung (24) in (1) und (2) über!

Bei der Kraftentwicklung eines permanentmagneterregten Motors unterscheidet man einerseits Rastkräfte (Cogging), die auch ohne eingeprägte Ströme vorhanden sind und ihre Ursache in dem Zusammenspiel von Primärteileisenreluktanz und der Erregung durch die Permanentmagnete haben, und andererseits die elektromagnetisch entwickelte Kraft. Diese ist durch die Strangströme steuerbar, im Fall von Sättigung nichtlinear. Der Grad der Nichtlinearität hängt vom Magnetisierungszustand ab, wobei die Permanentmagnete den Magnetkreis vormagnetisieren. Ohne Bestromung befinden sich an den Nullstellen der Rastkraft mit negativer Ableitung nach der Position stabile, diskrete Rastpositionen mit lokalem Minimum des magnetischen Energieinhalts<sup>2</sup>. Aufgrund von Nutung und der begrenzten Länge des Primärteils spricht man hier von Nutrasten und Polrasten [14]. Diese Kraftkomponenten sind weder durch die Ströme steuerbar, noch vollständig aus den Spannungsgleichungen (24) beobachtbar. Dennoch lassen sie sich entweder mittels einer Finite-Elemente-Berechnung ermitteln oder aber analytisch abschätzen, wobei im letzten Fall vereinfachende Annahmen wie die Vernachlässigung der Eisensättigung notwendig sind [53]! Die elektromagnetisch entwickelte Kraft dagegen lässt sich durch die Strangströme steuern und ist aus einer Leistungsbilanz ableitbar. Die der Maschine an ihren drei Klemmen zugeführte elektrische Momentanleistung wird durch Gleichung (25a) wiedergegeben. Berücksichtigt man, dass die mit den drei Wicklungen verketteten Flüsse  $\vec{\Psi}_{ABC}$  von den Strangströmen  $\vec{i}_{ABC}$  und den Permanentmagneten bzw. deren Verschiebung  $x$  gegenüber den Wicklungen herrühren, ergibt sich (25b):

$$p_{el} = \sum_{k=A,B,C} i_k \cdot u_k = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \vec{u}_{ABC} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \left( \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC} + \frac{d\vec{\Psi}_{ABC}}{dt} \right) \quad (25a)$$

$$= \underbrace{\vec{i}_{ABC}^T \cdot \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC}}_{p_V} + \underbrace{\vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}} \cdot \frac{d\vec{i}_{ABC}}{dt}}_{p_m} + \underbrace{\vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}_{p_{mech}} \quad (25b)$$

Darin sind  $p_V$  die ohmsche Verlustleistung,  $p_m$  die induktive Magnetisierungsleistung bzw. die Ableitung des magnetischen Energieinhalts nach der Zeit und  $p_{mech}$  die mechanisch abgegebene Leistung. Abb. 8 zeigt schematisch die Zusammensetzung der an den Klemmen zugeführten Leistung auf.

<sup>2</sup> Eine Nullstelle mit positiver Ableitung nach der Position ist eine labile Rastposition mit einem Maximum des magnetischen Energieinhalts.

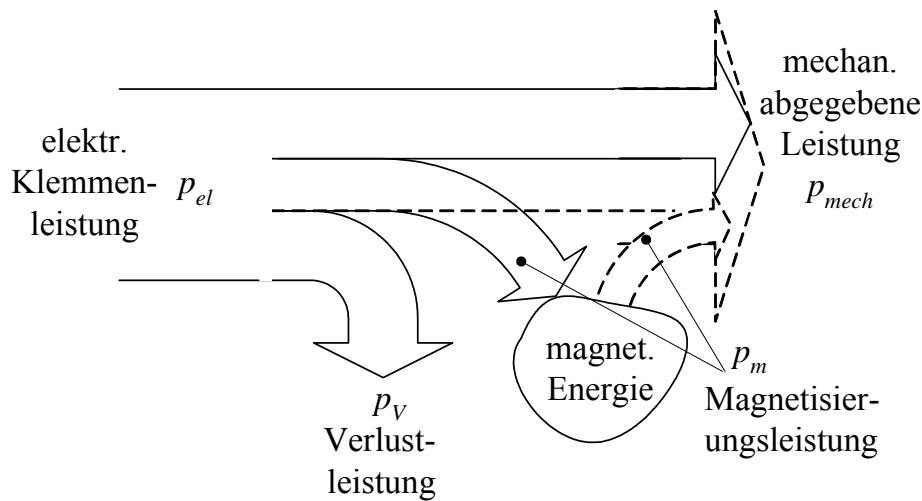


Abb. 8: Leistungsfluss in der Maschine ( Momentanleistungen )

Aus der mechanisch abgegebenen Leistung lässt sich ein Ausdruck für die elektromagnetische Kraft ableiten (26).

$$p_{mech} = F \cdot \frac{dx}{dt} \Rightarrow F = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial x} \quad (26)$$

Transformiert man diese Gleichung in  $\alpha\beta 0$ -Koordinaten und berücksichtigt weiter die Nullstromfreiheit der im Stern geschalteten Maschine, so lässt sich die elektromagnetische Kraft gemäß (27) allein durch die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Komponenten von Strom und Fluss beschreiben.

$$F = \frac{3}{2} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta}^T \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x} \quad (27)$$

Soll  $F$  durch  $dq$ -Komponenten ausgedrückt werden, so ergibt sich aufgrund der Orthogonalität von  $\underline{T}_{dq}$  der einfache Ausdruck (28). Entgegen [47] berechnet sich die wellige elektromagnetische Kraft der anisotropen Linearmaschine aus einem vom Fluss abhängigen Anteil und einem Teil, der abhängig von dessen Ableitung nach der Position ist!

$$F = \frac{3}{2} \cdot \vec{i}_{dq}^T \cdot \left( \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial x} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{dq} \right) \quad (28)$$

#### 4.1 Zustandsmodell mit Strömen als Zustandsgrößen

Bei vernachlässigten Wirbelströmen im Primär- und Sekundärteil sind in einer permanent erregten Synchronmaschine sowohl der von den Permanentmagneten hervorgerufene Fluss als auch die durch den Permanentfluss aufgrund von Sättigung bestimmten Reluktanzen im synchronen  $dq$ -Koordinatensystem näherungsweise konstant. Die Beschreibung in  $dq$ -Koordinaten eignet sich daher besonders. Die aus (24) abgeleitete Zustandsgleichung lautet entsprechend (29).

$$\frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} = \left( - \left[ \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \right]^{-1} \cdot \underline{R}_{dq} \right) \cdot \vec{i}_{dq} + \left[ \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \right]^{-1} \cdot \left( \vec{u}_{dq} - \left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \right) \cdot \frac{dx}{dt} \right) \quad (29)$$

Es handelt sich dabei nicht um eine Zustandsgleichung in Normalform, da auf der rechten Seite neben den Zustandsgrößen und den Steuergrößen auch die zustandsabhängigen verketteten Flüsse auftreten.

Gemessen an den schnell veränderlichen elektrischen Zustandsgrößen verändern sich die mechanischen Zustandsgrößen sehr „träge“. Für die Dauer eines transienten Vorgangs der elektrischen Größen können die mechanischen Zustandsgrößen ( $x, \dot{x}$ ) daher als konstant betrachtet werden.

Für die Darstellung der regelungstechnischen Modellstrukturen wird an dieser Stelle das Symbol nach Abb. 9 für ein Matrixprodukt definiert.

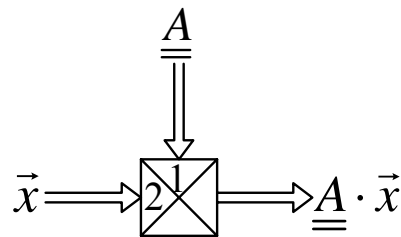


Abb. 9: Symboldefinition für ein Matrixprodukt am Beispiel eines Produkts aus Matrix  $\underline{A}$  und Vektor  $\vec{x}$

Abb. 10 zeigt das Strukturbild entsprechend (29) mit den Eingangsgrößen Spannung  $\vec{u}_{dq}$ , Position  $x$  und Geschwindigkeit  $v = \dot{x}$  und den Ausgangsgrößen Strom  $\vec{i}_{dq}$  und Primärflussverkettung  $\bar{\Psi}_{dq}$ .

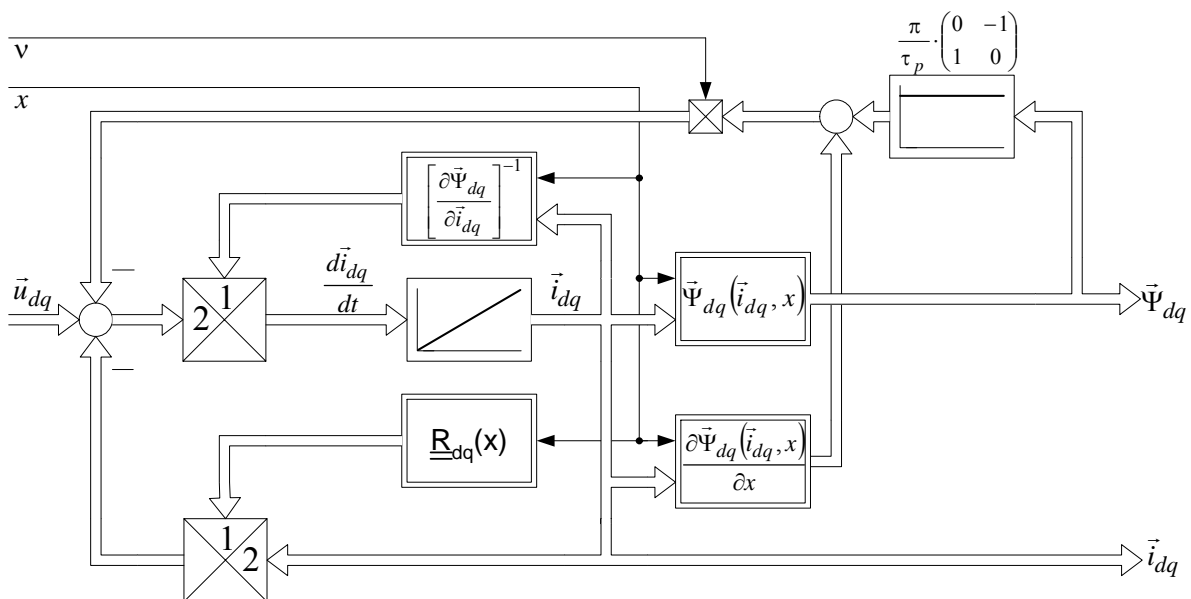


Abb. 10: Strukturbild der Maschine mit nichtlinearer magnetischer Charakteristik und den Strömen als Zustandsgrößen in dq-Koordinaten

Für die symmetrische, magnetisch schwach gesättigte Synchronmaschine ergibt sich eine Reihe von Vereinfachungen. So wird die Widerstandsmatrix eine positionsunabhängige skalare Größe. Für schwache Sättigung sind die Zusammenhänge zwischen Fluss und Strom weitgehend linear. Beschränkt man sich auf die Grundwelle und vernachlässigt Flussoberwellen durch die Nutung, die Enden der Maschine und einen ggf. unsymmetrischen Wicklungsaufbau, so ist der Fluss  $\bar{\Psi}_{dq}$  unabhängig von der Position  $x$ . Diese Einschränkungen führen zum konventionellen Modell für die PM-Synchronmaschine nach Abb. 11 [54,55].

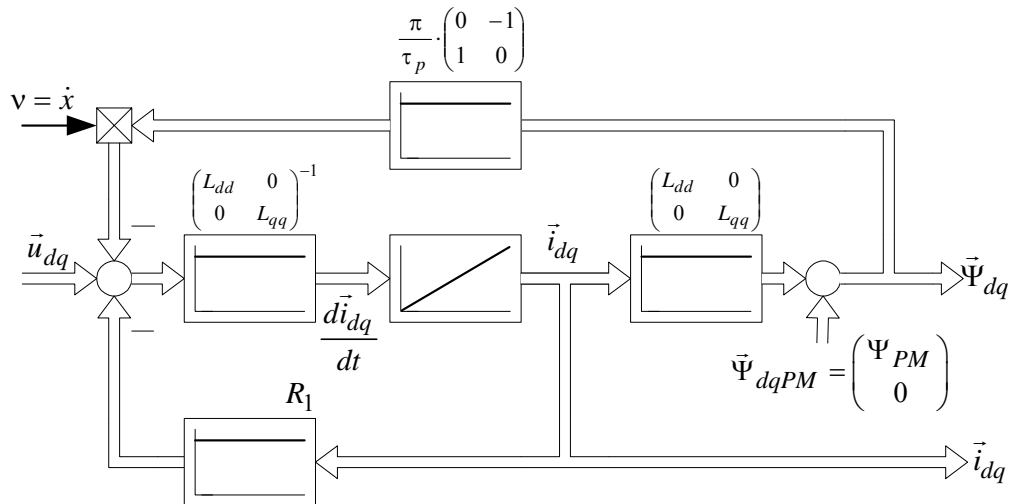


Abb. 11: Maschinenmodell für die symmetrische, magnetisch schwach ausgenutzte PM-Synchronmaschine, abgeleitet aus Abb. 10 (  $L_{dd} = \frac{\partial \Psi_d}{\partial i_d}$ ;  $L_{qq} = \frac{\partial \Psi_q}{\partial i_q}$  )

## 4.2 Zustandsmodell mit Statorflussverkettungen

Unter der Voraussetzung vernachlässigbarer Wirbelströme ergibt sich in  $dq$ -Koordinaten wie in 4.1 aus (24) die Zustandsgleichung (30).

$$\frac{d\bar{\Psi}_{dq}}{dt} = \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq} + \bar{u}_{dq} - \underline{R}_{dq} \cdot \bar{i}_{dq} \quad (30)$$

Die Gleichung hat sich auf den ersten Blick gegenüber (29) deutlich vereinfacht. Auch hier können sich die mechanischen Zustandsgrößen  $x$  und  $v$  während eines transienten elektrischen Vorgangs nur geringfügig verändern. Sie werden nachgeführt, aber im Zustandsmodell als konstant angenommen. Trotzdem handelt es sich nicht um ein Zustandssystem in Normalform, denn auf der rechten Seite erscheint neben dem linear vom Zustand  $\bar{\Psi}_{dq}$  abhängigen Term auch der von der Flussverkettung abhängige Strom. Nur wenn der ohmsche Spannungsabfall vernachlässigbar ist, ist das Modell für konstant angenommene Geschwindigkeit  $v$  linear und vor allem unabhängig vom

magnetischen Arbeitspunkt! Im allgemeinen Fall ist der ohmsche Spannungsabfall aber nicht vernachlässigbar und vor allem nicht eindeutig aus dem Fluss  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta}$  bzw.  $\bar{\Psi}_{dq}$  bestimmbar! Es gilt die Gleichung (31).

$$\bar{i}_{ABC} = \bar{i}_{ABC}(\bar{\Psi}_{ABC}, x) \xrightarrow{ABC \rightarrow \alpha\beta 0} \bar{i}_{\alpha\beta 0} = \bar{i}_{\alpha\beta 0}(\bar{\Psi}_{\alpha\beta 0}, x) \xrightarrow{\alpha\beta 0 \rightarrow dq 0} \bar{i}_{dq 0} = \bar{i}_{dq 0}(\bar{\Psi}_{dq 0}, x) \quad (31)$$

Zwar werden aufgrund der Sternschaltung zwei unabhängige Ströme erzwungen, diese sind aber von drei Flüssen und der Position  $x$  abhängig!

Gleichung (32) zeigt hier noch einmal die Nullspannungsgleichung, die sich aus (19) ergibt.

$$u_0 = \frac{1}{3} \left( R_A - \frac{1}{2}(R_B + R_C) \quad \frac{\sqrt{3}}{2}(R_B - R_C) \right) \cdot \bar{i}_{\alpha\beta} + \underbrace{\left( \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_\alpha} \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_\beta} \right) \cdot \frac{d\bar{i}_{\alpha\beta}}{dt} + \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}_{\frac{d\Psi_0}{dt}} \quad (32)$$

Transformiert man diese in  $dq$ -Koordinaten, so erhält man (33).

$$u_0 = \frac{1}{3} \left( R_A - \frac{1}{2}(R_B + R_C) \quad \frac{\sqrt{3}}{2}(R_B - R_C) \right) \cdot \underline{T}_{=dq} \cdot \bar{i}_{dq} + \underbrace{\left( \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_\alpha} \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_\beta} \right) \cdot \underline{T}_{=dq} \cdot \frac{d\bar{i}_{dq}}{dt} + \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}_{\frac{d\Psi_0}{dt} = \left( \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_d} \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_q} \right) \cdot \frac{d\bar{i}_{dq}}{dt} + \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}} \quad (33)$$

Die Nullspannung lässt sich jedoch bei Sternschaltung mit isoliertem Sternpunkt nicht explizit steuern, sondern ergibt sich aus den Strömen und den elektrischen und magnetischen Kenngrößen  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq0}}{\partial \bar{i}_{dq}}$ ,  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq0}}{\partial x}$ . Zur vollständigen und eindeutigen Beschreibung der Zustandsgleichung (30) allein mittels der verketteten Flüsse muss auch die Ableitung des Nullflusses  $\frac{d\Psi_0}{dt}$  ausschließlich als Funktion des Flusses  $\bar{\Psi}_{dq0}(\bar{i}_{dq}, x)$  und der magnetischen Kenngrößen dargestellt werden ( vgl. (34) ).

$$\frac{d\Psi_0}{dt} = \left( \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_d} \quad \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_q} \right) \cdot \left[ \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \right]^{-1} \cdot \left( \frac{d\bar{\Psi}_{dq}}{dt} - \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \right) + \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (34)$$

Aus den Gleichungen (30) und (34) ergibt sich das Strukturbild aus Abb. 12. Dieses System 3. Ordnung verhält sich hinsichtlich des Klemmenverhaltens identisch mit dem Modell 2.Ordnung aus Abb. 10. Der Grund für die Zulässigkeit der Ordnungsreduktion des Stromzustandsmodells gegenüber dem Flusszustandsmodell liegt darin begründet, dass drei Ströme durch Schaltungszwang ( Y-Schaltung mit isoliertem Sternpunkt ) linear abhängig sind. Bereits beim Übergang von natürlichen dreisträngigen Koordinaten zu den zweiachsigen Komponenten wurde diese Eigenschaft zu Beginn von Abschnitt 4 ausgenutzt. Die drei Strangflussverkettungen hängen daher umkehrbar eindeutig von zwei Stromkomponenten und der Position des Sekundärteils ab.



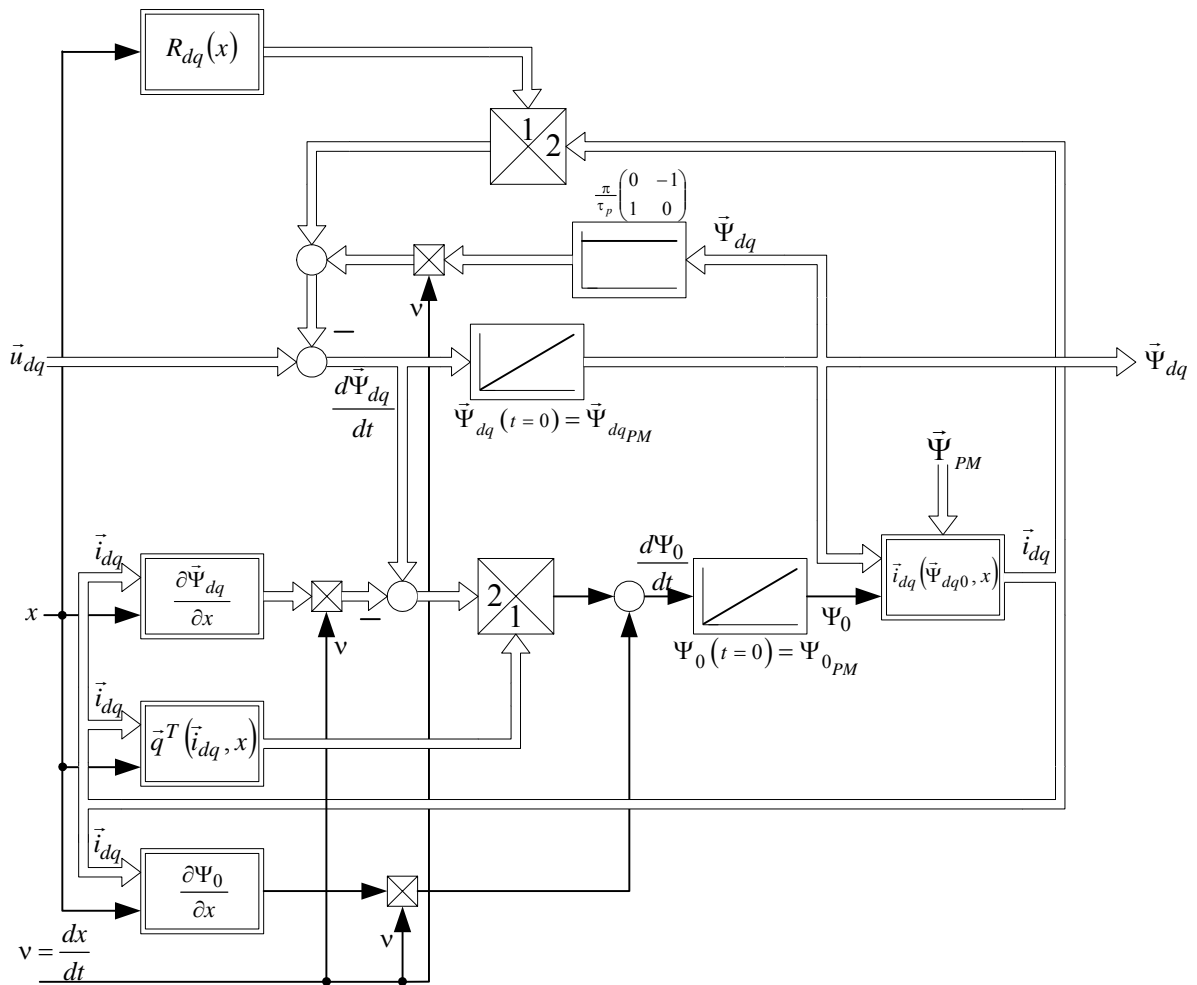


Abb. 12: Geschlossene Darstellung der Maschinenstruktur mit dem Fluss  $\bar{\Psi}_{dq0}$  als Zu-

standsgröße ( beachte:  $\bar{q}^T = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_d} & \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_q} \end{pmatrix} \cdot \left[ \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \right]^{-1}$  )

Eine magnetisch schwach ausgenutzte, symmetrische Maschine mit vernachlässigbarem Nullfluss zeichnet sich darüber hinaus durch ein annähernd lineares Verhalten aus. Auch der ohmsche Widerstand kann dann als positionsunabhängig betrachtet werden. Für die Grundwellenmaschine ohne Flussoberwellen ergibt sich ein stark vereinfachtes Maschinenmodell nach Abb. 13 ( vgl. [56,57,58] ).

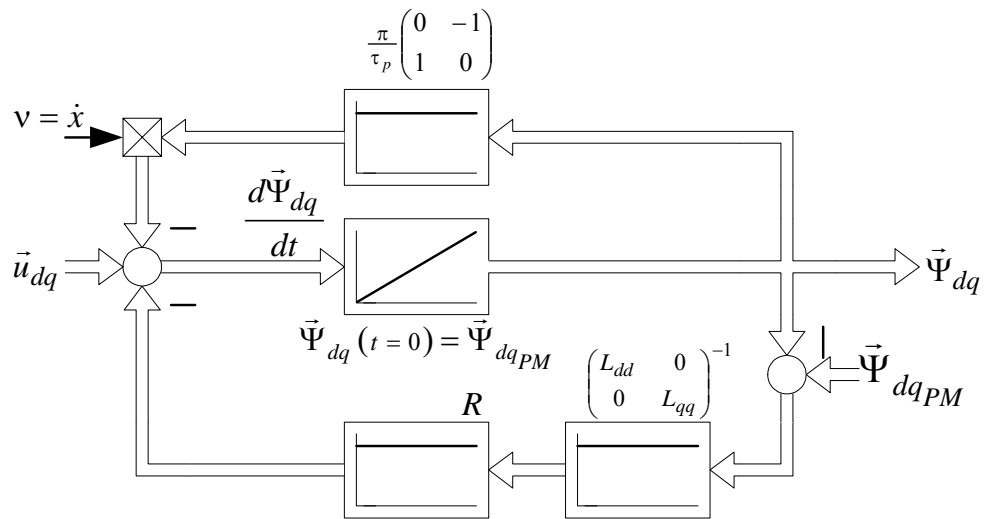


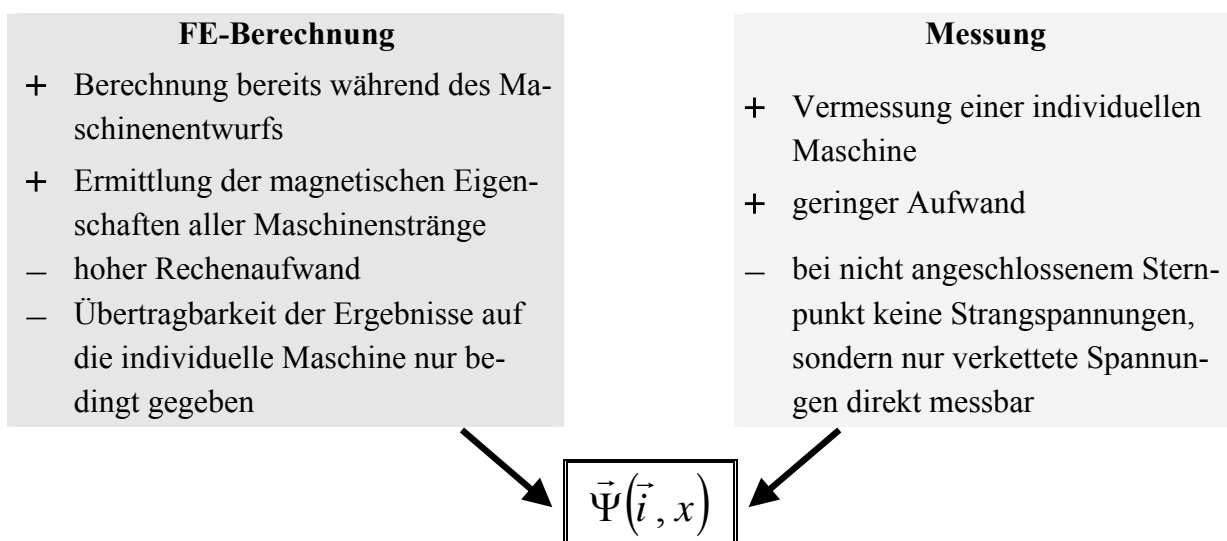
Abb. 13: Zustandsdarstellung der magnetisch schwach ausgenutzten PM-Synchronmaschine mit Fluss als Zustandsgröße

### 4.3 Ermittlung der Modellparameter

Während magnetisch schwach ausgenutzte Maschinen durch sehr einfache, näherungsweise lineare Maschinenmodelle beschreibbar sind, sind die Zusammenhänge zwischen Fluss, Strom und Position in magnetisch hoch ausgenutzten Maschinen entsprechend Abb. 10 bzw. Abb. 12 i.Allg. nichtlinear. Während die Struktur aus Abb. 10 nur die Kenntnis des zweidimensionalen Flussvektors  $\vec{\Psi}_{dq}(\vec{i}_{dq}, x)$  in Abhängigkeit von den Strömen  $\vec{i}_{dq}$  und der Position  $x$  erfordert, so muss in Abb. 12 auch der Nullfluss charakterisiert werden.

Die hier untersuchte Maschine ist magnetisch hoch ausgenutzt. Sie besitzt einen isolierten Sternpunkt, sodass kein expliziter Zugriff auf die Strangspannungen besteht. Am Versuchsstand bestand nicht die Möglichkeit, die Maschine mit konstanter Geschwindigkeit anzutreiben, sodass die Parameter einerseits messtechnisch aus transienten Vorgängen im Stillstand, andererseits auch mit der Finite-Elemente-Methode (FE) ermittelt werden sollten. Die FE-Berechnung gestattet bereits im Entwurfsstadium eine weitgehend genaue Ermittlung der dynamischen Eigenschaften, die u.U. bereits zu diesem Zeitpunkt die Auswahl geeigneter Regelungen einschränken. Die Abschätzung der Genauigkeit der numerischen Parameterbestimmung war dabei Ziel der Untersuchung. Messtechnisch lassen sich die Eigenschaften der individuellen Ausführung des Maschinenentwurfs, als „parametrischer Fingerabdruck“, bestimmen. Es wurde eine robuste und effiziente Messmethode entwickelt, die keinen speziellen Messaufbau erfordert und unempfindlich gegenüber Störeinflüssen ist.

Tabelle 3: Vor- und Nachteile der numerischen und experimentellen Parameterbestimmung



#### 4.3.1 2D-Finite Elemente Berechnung

Die Annahme, dass dynamische Vorgänge nur marginal von transient induzierten Wirbelströmen beeinflusst werden, gestattet die Parameterermittlung mit einer magnetosta-

tischen Finite-Elemente-Simulation. Dabei werden die magnetischen Größen aufgrund von fest eingepprägten Wicklungsströmen sowie den Permanentmagneten im Stillstand berechnet. Obwohl ausschließlich Zustände im Stillstand simuliert werden, lassen sich auch bewegungsinduzierte Spannungen ermitteln, indem man die allein von Strom und Position abhängigen Flüsse (16) nach der Zeit differenziert.

Grundlage sind dabei die MAXWELLSchen Gleichungen in ihrer statischen Form (35),(36).

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (35)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (36)$$

Weiter werden die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  und die magnetische Feldstärke  $\vec{H}$  über die Materialgleichung mit dem Permeabilitätstensor  $\underline{\underline{\mu}}(\vec{H})$  (37) verknüpft:

$$\vec{B} = \underline{\underline{\mu}}(\vec{H}) \cdot \vec{H} \quad (37)$$

Es wurden zweidimensionale magnetostatische FE-Berechnungen mit dem Programm ANSYS durchgeführt, um Kennfelder für den Flussvektor und dessen partielle Ableitungen und die Vorschubkraft für alle Positionen  $x$  und Bestromungszustände  $\vec{i}_{ABC}$  zu ermitteln. Um den statischen Längsrandeffekt zu berücksichtigen, wurde die gesamte Maschine vernetzt (Netz aus finiten Elementen) und berechnet.

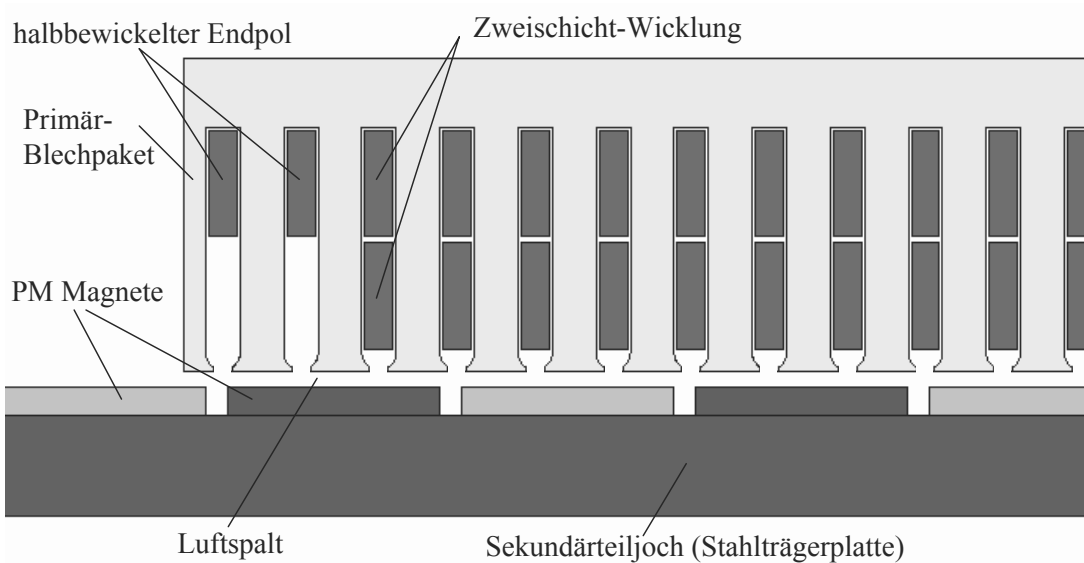


Abb. 14: Schnitt durch das linke Ende des Linearmotors

Abb. 14 zeigt einen Schnitt durch das linke Ende des Linearmotors. Das Wickelschema der Maschine ist in Abb. 15 abgebildet. Die Wicklung mit halbbewickelten Endpolen ist in zwei Schichten untergebracht, wobei die einzelnen Phasen entgegenseitig auf die Unter- und Oberschicht verteilt sind. Stattdessen liegt die Wicklung des Strangs B nur in der Oberschicht und die des Strangs C nur in der Unterschicht, während Strang A abwechselnd in beiden Schichten untergebracht ist. Der Wicklungsaufbau ist aufgrund der unsym-



Struktur die magnetischen Eigenschaften der Maschine mit einer 2D-FE-Berechnung ermitteln zu können, wurde die schräge Nut durch eine stufenförmige Nut angenähert, deren Stufen keine Schrägung besitzen. Eine derartige stufenförmige Nut zeigt die Vergrößerung in Abb. 16, links. Die zu berechnenden Größen ergeben sich als arithmetische Mittelwerte der über die aktive Breite verteilten  $N$  Blechschnitte, jeweils in der Mitte der Stufen betrachtet, z.B.

$$\Psi_A(\vec{i}_{ABC}, x) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \Psi_{A,k}(\vec{i}_{ABC}, x) \quad (38)$$

Dabei ist die Flussverkettung  $\Psi_{A,k}$  diejenige, die mit dem ungeschrägt gedachten Wicklungsstrang  $A$  verkettet ist, wobei die Verschiebung zwischen Wicklung und Sekundärteil durch die Verschiebung an der Stelle des Schnitts  $k$  gegeben ist.

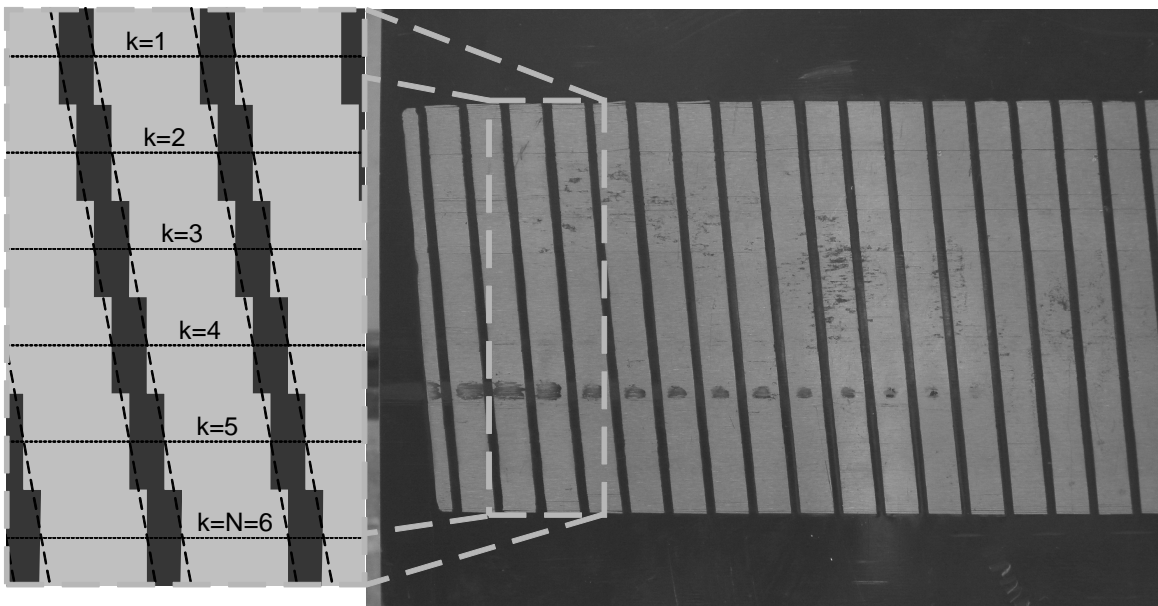


Abb. 16: Primärteil aus Richtung des Luftspalts: Die Nuten sind um eine Nutteilung geschrägt ausgeführt. Links vergrößert zu sehen ist die Annäherung der Nutschrägung durch eine treppenförmige Struktur, bei der jede Stufe ungeschrägt ist

Besitzen die Stufen eine Tiefe, die der Blechdicke entspricht, so ergibt sich die reale Schrägung durch den geringen Versatz der dünnen Blechschnitte. Simulationen für unterschiedlich tiefe Stufen haben allerdings gezeigt, dass sich bereits für wenige Stufen (hier  $\geq 6$ ) eine ausreichende Konvergenz der zu berechnenden Größen  $\bar{\Psi}_{ABC}(\vec{i}_{ABC}, x)$  ergibt.

Die praktische Berechnung erfolgt für die Querschnitte an den äquidistanten Positionen  $x_k = \tau_N \cdot \left( \frac{k}{N} - \frac{N-1}{2N} \right) \Big| k = 0, 1, \dots, 6N-1$ . Dabei wird jeweils eine Vernetzung durchgeführt, anschließend werden für alle Bestromungen  $\vec{i}_{ABC}$  die verketteten Flüsse und Induktivitäten bestimmt. Da die Abstände der Schnitte  $k$  in Abb. 16 auch  $\frac{\tau_N}{N}$  betragen, lassen sich die berechneten Querschnitte entsprechend (38) kombinieren, wobei zum Beispiel

$\Psi_{A,k}(\vec{i}_{ABC}, x) = \Psi_{A,1}(\vec{i}_{ABC}, x + (k-1) \cdot \frac{\tau_N}{N})$  gewählt werden kann. Auf diese Weise muss die Vernetzung und Berechnung nur  $6 \cdot N$ -mal durchgeführt werden. Unter Ausnutzung der  $\tau_p$ -Periodizität und der Symmetrie von Induktivitäten und Flüssen kann man sich auch auf  $4 \cdot N$  Berechnungen innerhalb  $\Delta x = \tau_p + \tau_N$  beschränken. Da sich auf diese Weise für verschiedene Läuferpositionen Kennfelder mit unterschiedlichen Stützstellen  $\vec{i}_{dq}(\vec{i}_{ABC}, x) = \vec{i}_{dq}(\vec{i}_{\alpha\beta}, x)$  ergeben, müssen die Funktionswerte für alle Berechnungspositionen  $x$  durch Interpolation auf ein einheitliches Raster von Stützstellen  $\vec{i}_{dq}$  umgesetzt werden.

Der Wickelkopf der Primärwicklung kann nicht in ähnlich einfacher Weise wie die Nutschrägung berücksichtigt werden. Die Geometrie des Wickelkopfs ist ein komplexes dreidimensionales Gebilde, das nur mit einer 3D-FEM berechnet werden kann, sodass die Induktivität des Wickelkopfs hier mit einer Näherungsformel (39) entsprechend [59] abgeschätzt wird.

$$L_S = \frac{0.158}{\pi} \cdot \left( \frac{N}{100} \right)^2 \cdot \frac{l_S}{P} \cdot \lambda_S \approx 1,48 \text{mH} \text{ bei einer Leitwertszahl } \lambda_S = 0.35 \quad (39)$$

$P$  bezeichnet die Anzahl der Pole je Strang,  $N$  die Anzahl der in Reihe geschalteten Windungen je Strang und  $l_S$  die Länge eines Stirnverbindungsleiters.

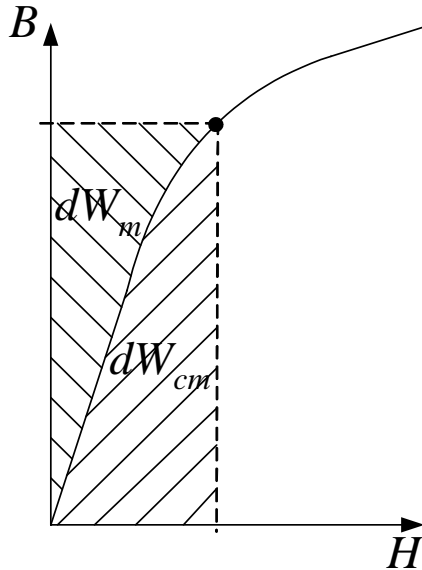


Abb.17: Magnetische Energiedichte  $dW_m$  und Koenergie  $dW_{cm}$  für ein weichmagnetisches Material ( $H_C = 0$ )

Die magnetische Energie  $W_m$  und die Koenergie  $W_{cm}$  sowie die Energiedichte  $dW_m$  und Koenergie  $dW_{cm}$  sind entsprechend (40a,b) definiert.

$$W_m = \oint_V \int_0^B \underbrace{H \, dB}_{dW_m} \, dV \quad (40a)$$

$$W_{cm} = \oint_V \int_{-H_C}^H \underbrace{B \, dH}_{dW_{cm}} \, dV \quad (40b)$$

Abb.17 veranschaulicht die magnetische Energie- und Koenergie für weichmagnetische Werkstoffe (insbesondere für die Simulation mit  $H_C = 0$ ). Beide Flächen  $dW_m$  und  $dW_{cm}$  in Abb.17 ergänzen sich zur Fläche  $B \cdot H$ .

Nach [60,61] lassen sich magnetische Energie und Koenergie wie in (41) in Abhängigkeit von dem mit der Wicklung verketteten Fluss und dem Wicklungsstrom angeben. Diese Gleichung entspricht der o.g. Aussage über die magnetische Energie, die Koenergie und die Feldgrößen:  $dW_m + dW_{cm} = H \cdot B$ . Differentiation von (41) nach der Zeit und Vergleich mit der mechanischen und magneti-

schen Leistung (42) aus (25a) liefert einen differenziellen Zusammenhang zwischen der magnetischen Koenergie und dem verketteten Fluss (43) sowie der mechanischen Kraft (44). Für eine ausführliche Ableitung sei hier auf den Anhang A3 verwiesen.

$$W_m(\vec{i}_{ABC}, x) + \underbrace{W_{cm1}(\vec{i}_{ABC}, x) + W_{cm2}(x)}_{W_{cm}(\vec{i}_{ABC}, x)} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \vec{\Psi}_{ABC} \quad (41)$$

$$p_m + F \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dW_m}{dt} + F \cdot \frac{dx}{dt} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{ABC}}{dt} \quad (42)$$

$$\vec{\Psi}_{ABC} = \begin{pmatrix} \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_A} \\ \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_B} \\ \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_C} \end{pmatrix} \quad (43)$$

$$F = \frac{\partial W_{cm}}{\partial x} \quad (44)$$

Dabei gilt zu beachten, dass neben den Wicklungsströmen die sekundärteilfesten Permanentmagnete das Eisen der Maschine magnetisieren. So wirkt aufgrund von positionsabhängigen Reluktanzschwankungen auch im stromlosen Zustand eine positionsabhängige Rastkraft  $\frac{\partial W_{cm2}}{\partial x}$ . Die Polrastkraft aufgrund der offenen Enden der Maschine

besitzt die Wellenlänge  $\tau_p$  [14]. Eine mit  $\tau_N$  periodische Rastkraft aufgrund der Nutung des Primärteils wird durch die Nutschrägung um eine Nutteilung weitgehend unterdrückt. Sie kann tatsächlich trotzdem auftreten, da die theoretisch vollkommene Unterdrückung nur gelänge, wenn sich die Eisenzähne des Primärteils magnetisch linear verhalten würden. Zunehmende Sättigung der Zähne führt zu immer stärkerem Nutrasen. Real kann diese Rastkraft auch auftreten, weil nicht alle Magneten genau gleich stark magnetisiert sind.

Nicht nur der Fluss und die Kraft lassen sich aus der magnetischen Koenergie ableiten, sondern auch die differenziellen Induktivitäten an einer bestimmten Position  $x$  aus der magnetischen Energie. Die magnetische Energie bei Stillstand des Läufers ergibt sich aus (25) zu (45):

$$\begin{aligned} W_m &= \int p_m dt = \int \vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{ABC}}{dt} dt = \int \vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}} \cdot \frac{d\vec{i}_{ABC}}{dt} dt = \\ &= \sum_{k=A,B,C} \int i_k \cdot \left( \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_A} \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_B} \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_C} \right) \cdot d\vec{i}_{ABC} = \sum_{k=A,B,C} \int i_k \cdot \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_k} \cdot di_k + \sum_{j=A,B,C} \sum_{\substack{k=A,B,C \\ k \neq j}} \int i_k \cdot \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_j} \cdot di_j = \\ &= \sum_{k=A,B,C} \frac{1}{2} \int \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_k} \cdot di_k^2 + \sum_{j=A,B,C} \sum_{\substack{k=A,B,C \\ k \neq j}} \int \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_j} \cdot d(i_j \cdot i_k) \end{aligned} \quad (45)$$

Daraus ergeben sich die Zusammenhänge zwischen den differenziellen Induktivitäten und der magnetischen Energie als erste Ableitungen der magnetischen Energie nach den Produkten aus jeweils zwei Strömen.



$$\frac{\partial \Psi_k}{\partial i_k} = 2 \frac{dW_m}{d(i_k^2)}; \quad \frac{\partial \Psi_j}{\partial i_k} = \frac{dW_m}{d(i_k \cdot i_j)} \quad (46)$$

Nach [50,62] lassen sich die differentiellen Induktivitäten und verketteten Flüsse mittels einer inkrementellen Analyse bestimmen, bei der Strominkremente die erregenden Wicklungsströme aus einem magnetischen Arbeitspunkt auslenken und zu einer inkrementellen Änderung der magnetischen Energie und Koenergie führen. Da das Modell nach einer nichtlinearen FE-Berechnung hinsichtlich der inkrementellen Analyse im magnetischen Arbeitspunkt linearisiert wird, ist die Größe der Strominkremente bei der inkrementellen Analyse der magnetischen Energie und Koenergie irrelevant. Dieser in [62] detailliert vorgeschlagene Algorithmus wurde in der FE-Simulation verwendet, um Kennfelder für differentielle Induktivitäten und verkettete Flüsse für diskrete Läuferpositionen zu berechnen.

Abb. 18 zeigt berechnete differentielle Selbst- und Gegeninduktivitäten in natürlichen  $ABC$ -Koordinaten in Abhängigkeit von der Läuferposition für Leerlauf ( $i_d = i_q = 0$ ) und Nennlast ( $i_d = 0; i_q = I_N$ ).

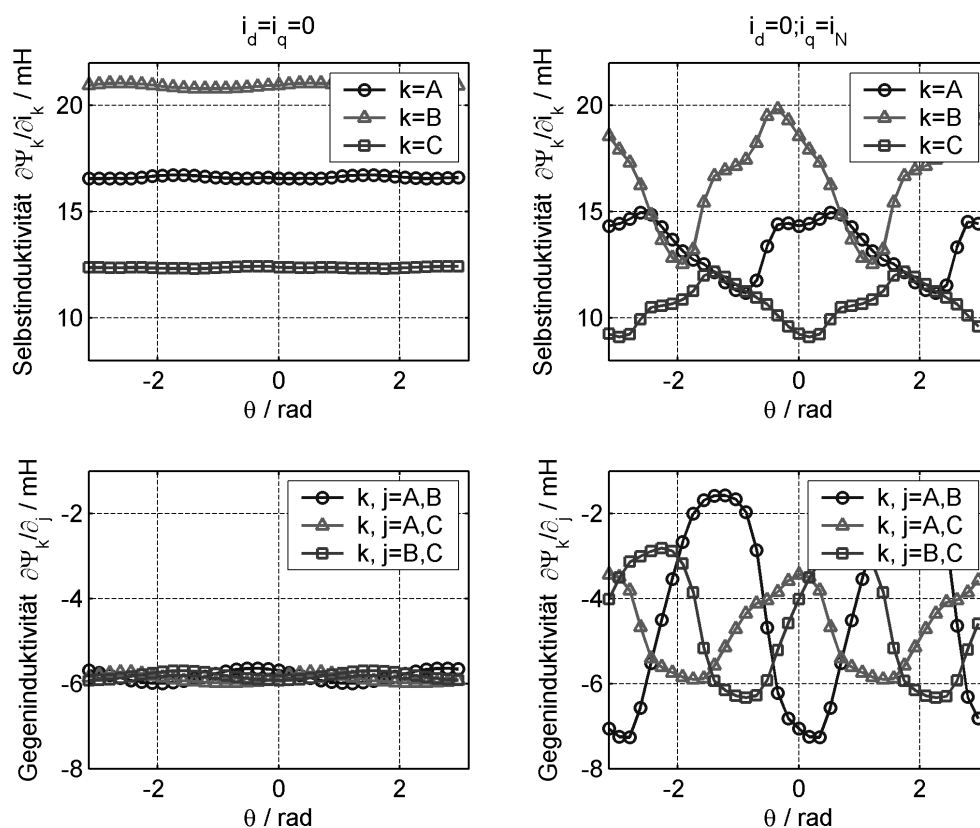


Abb. 18: Induktivitäten in natürlichen  $ABC$ -Koordinaten in Abhängigkeit von der Position für Leerlauf und Nennlast ( $i_q = 0, I_N; i_d = 0$ )

Anders als bei einer symmetrischen und linearen Grundwellenmaschine [63] sind die Selbstinduktivitäten der Maschine weder positionsunabhängig noch gleich. Die einzelnen Strangwicklungen liegen in verschiedenen Schichten der Zweischichtwicklung und besitzen daher verschiedene Streuwege. Da der Strang  $B$  in der Oberschicht liegt, besitzt er mit seinen kurzen Nutstreuwegen die größte Selbstinduktivität, Strang  $C$  in der

Unterschicht dagegen die kleinste. Die Selbstinduktivität des Strangs A, der auf Ober- und Unterschicht verteilt gewickelt ist, liegt zwischen denen von B und C. Die Wicklung besitzt daher eine Unsymmetrie in ABC-Koordinaten. Des Weiteren haben die Welligkeiten der Induktivitäten neben der Wellenlänge  $\tau_p$  auch ganzzahlige Teiler davon. Die Welligkeiten werden durch läuferfeste Anisotropien infolge der Sättigung durch die Permanentmagnete und den Wicklungsstrom hervorgerufen. Während die Welligkeiten im Leerlauf noch gering sind, entstehen bei Nennlast ausgeprägte Welligkeiten.

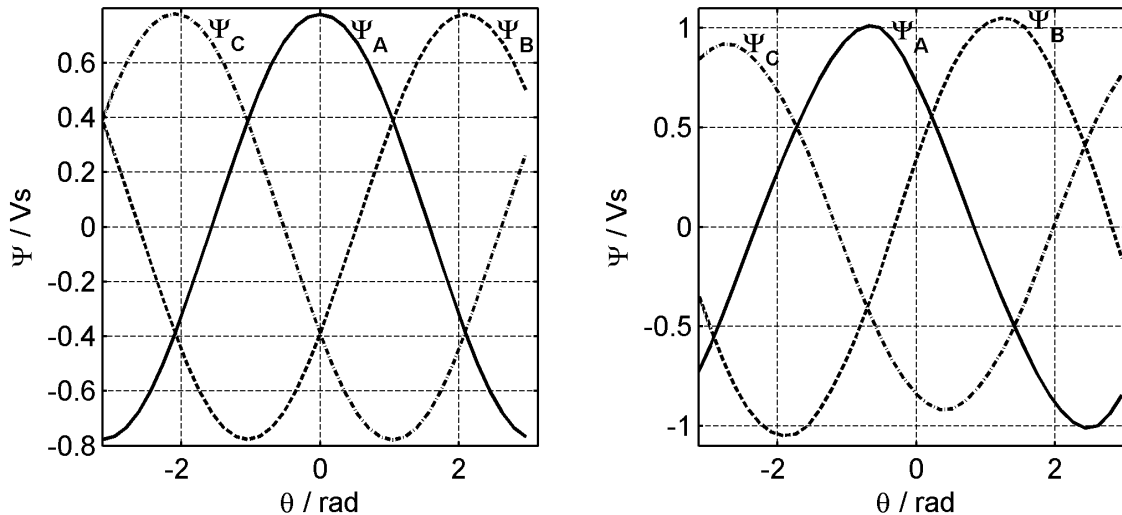


Abb. 19: Verkettete Strangflüsse in Abhängigkeit von der Position im Leerlauf und bei Nennlast ( $i_q=0, i_N, i_d=0$ )

Die Nichtlinearität der Eisensättigung führt dazu, dass das Superpositionsprinzip auf die Überlagerung der Strangflüsse und des Permanentmagnet-Fluss nicht anwendbar ist, vielmehr bedingen sich die einzelnen Flüsse gegenseitig.

Abb. 19 zeigt die mit den Strangwicklungen verketteten Flüsse im Leerlauf und bei Nennlast. Während die allein durch den Permanentmagnetfluss induzierten Spannungen im Leerlauf ein weitgehend symmetrisches dreiphasiges Spannungssystem mit geringem Oberwellengehalt bilden, besitzen die Strangflüsse bei Wicklungsbestromung (Nennlast) infolge von Unsymmetrie und Sättigung deutlich unterschiedliche Amplituden und auch deutlich ausgeprägte Oberwellen. Die Flusstrajektorie besitzt nach Transformation der Flüsse in das wicklungsfeste zweiachsige Koordinatensystem mittels (20) eine deutliche Abweichung von der Kreisform (vgl. Abb. 20).

Transformiert man den verketteten Fluss mit (23) weiter in läuferfeste  $dq$ -Koordinaten, führen wicklungsfeste Anisotropien eine Abhängigkeit der Flusskomponenten  $\Psi_d$  und  $\Psi_q$  von der Läuferposition  $x$  bzw.  $\theta$  herbei. Eine von der Läuferposition unabhängige Unsymmetrie (durch den Wicklungsaufbau) führt z.B. zu einer Welligkeit mit der Wellenlänge  $\tau_p$ . Trotz der Nutschrägung um eine Nutteilung entsteht durch unterschiedliche Sättigung der Zähne des Blechpakets allein aufgrund der Permanentmagne-

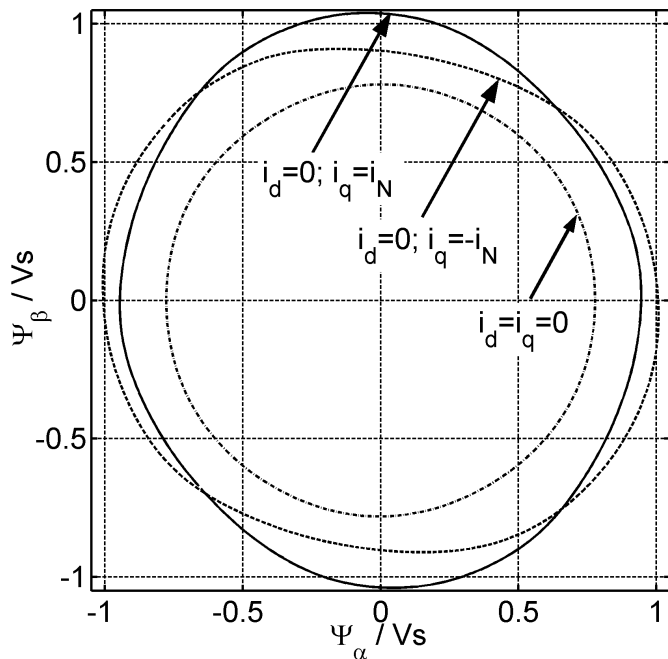


Abb. 20: Trajektorien des verketteten Fluss für vorgegebene Ströme  $i_q$  im wicklungsfesten Koordinatensystem aufgrund einer Bewegung

te eine Welligkeit mit der Wellenlänge  $\tau_N$ . Abb. 21 zeigt die verketteten Flüsse  $\Psi_d$  und  $\Psi_q$  für verschiedene Bestromungszustände in Abhängigkeit von der Position. Während die nutungsbedingte Welligkeit im Leerlauf dominiert, tritt die Welligkeit mit einer Wellenlänge  $\tau_p$  für große Ströme in den Vordergrund.

Die Tatsache, dass die Flüsse unabhängig vom Koordinatensystem eine Welligkeit mit der Wellenlänge ganzer Teiler der Polteilung  $\tau_p$  besitzen, legt die Überlegung nahe, zum Zweck der Interpolation die Flüsse als FOURIER-Entwicklung (47) darzustellen.

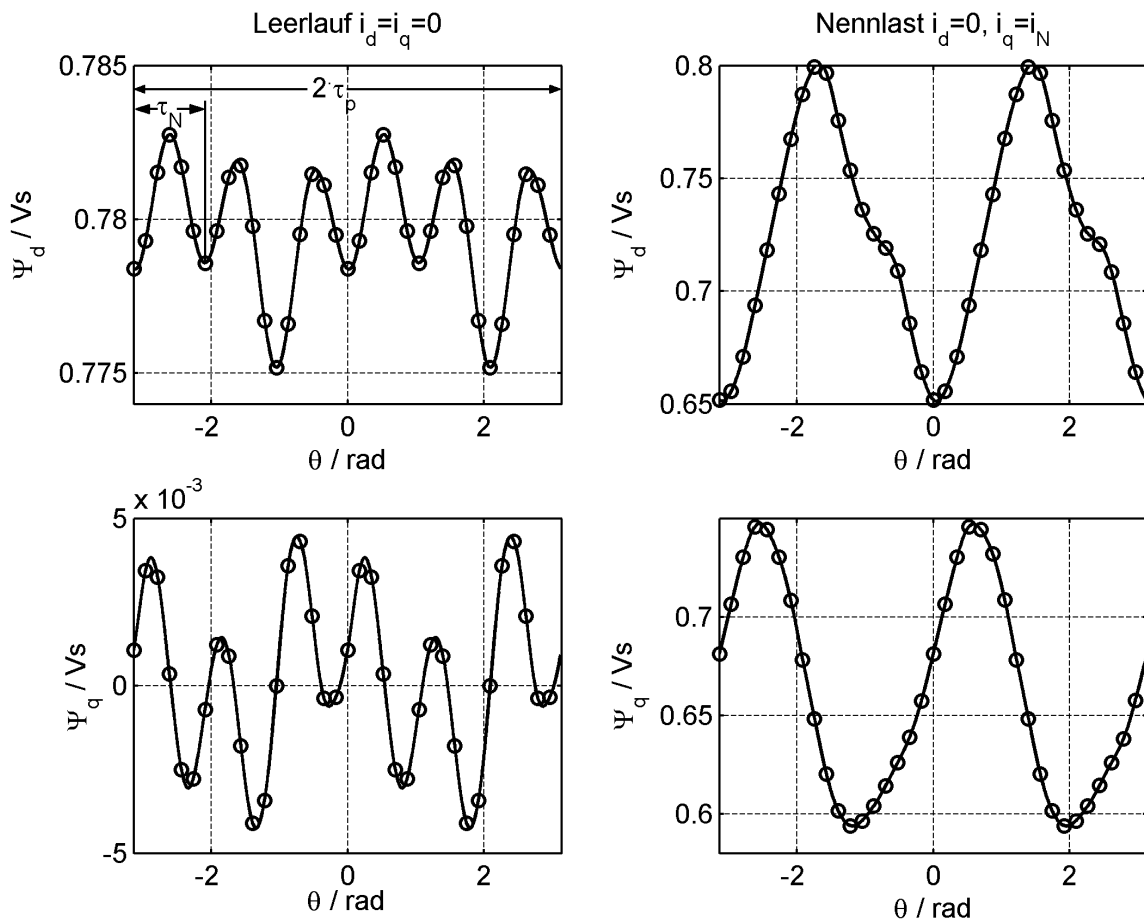


Abb. 21: Verketteter Fluss in läuferfesten Koordinaten in Abhängigkeit von der Position für Leerlauf ( $i_d=i_q=0$ ) und Nennlast ( $i_d=0; i_q=i_N$ )

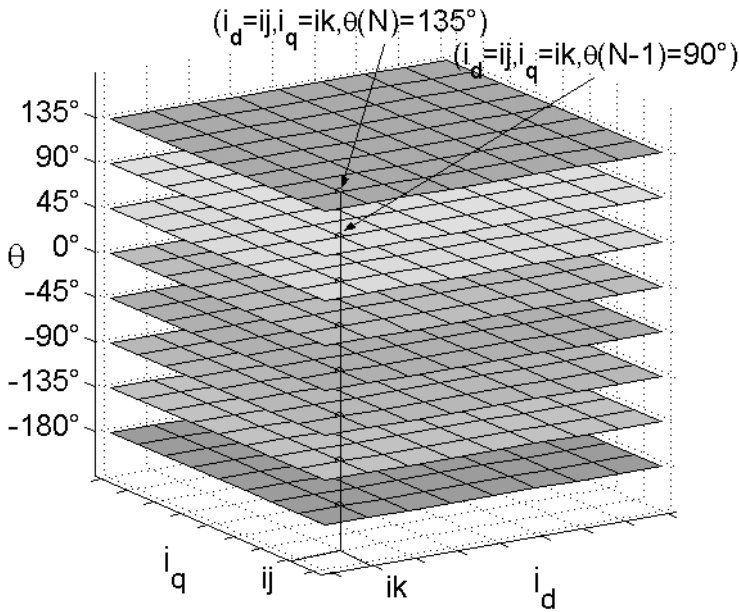


Abb. 22: Wertetripel  $(i_d, i_q, \theta)$ , für die die differenziellen Induktivitäten gemessen wurden

Dabei sind  $\bar{\Psi}_{dqDFT,k}(\vec{i}_{dq})$  die diskreten FOURIER-Transformierten, die allein von den Wicklungsströmen abhängen. Im Hinblick auf eine gute Unterdrückung des Messrauschens in den später aus gemessenen Kennfeldern gleichzeitig berechneten FOURIER-Transformierten wird die Grundwellenlänge einheitlich als  $2 \cdot \tau_p$  angesetzt. Abb. 22 zeigt exemplarisch für  $N=8$  diskrete Positionen die Wertetripel, für die die Flusskennfel-

der  $\bar{\Psi}_{dq}\left(\vec{i}_{dq}, \frac{2\pi}{N} \cdot n\right)$  berechnet wurden. Dabei entspricht jede Ebene einer Kennfeldberechnung an einer diskreten Position. Durch die Äquidistanz der diskreten Berechnungspositionen  $\theta_n = \frac{2\pi}{N} \cdot n$  lassen sich für jeden Bestromungszustand  $\vec{i}_{dq}$  entsprechend (48)  $\frac{N}{2}$  diskrete FOURIER-Transformierte  $\bar{\Psi}_{dqDFT,k}(\vec{i}_{dq})$  angeben [64].

$$\bar{\Psi}_{dq}(\vec{i}_{dq}, \theta) = \sum_{k=0}^{N-1} \bar{\Psi}_{dqDFT,k}(\vec{i}_{dq}) \cdot e^{j \cdot k \cdot \theta} \quad (47)$$

$$\bar{\Psi}_{dqDFT,k}(\vec{i}_{dq}) = \begin{pmatrix} \Psi_{dDFT,k}(\vec{i}_{dq}) \\ \Psi_{qDFT,k}(\vec{i}_{dq}) \end{pmatrix} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} \bar{\Psi}_{dq}\left(\vec{i}_{dq}, \frac{2\pi}{N} \cdot n\right) \cdot e^{-j \cdot k \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot n} \quad (48)$$

Durch diese Begrenzung der Ordnungszahl der FOURIER-Transformierten ist die minimale Wellenlänge  $\frac{4 \cdot \tau_p}{N}$  der berücksichtigten Oberwellen festgelegt. Die Anzahl  $N$  diskreter Messpositionen ist so zu wählen, dass sich der Fluss mit hinreichender Genauigkeit für beliebige Positionen interpolieren lässt.

Entsprechend lässt sich auch für die differenziellen Induktivitäten eine FOURIER-Entwicklung entsprechend (49) angeben.

$$\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}}(\vec{i}_{dq}, \theta) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\partial \bar{\Psi}_{dqDFT,k}}{\partial \vec{i}_{dq}}(\vec{i}_{dq}) \cdot e^{j \cdot k \cdot \theta}; \quad \frac{\partial \bar{\Psi}_{dqDFT,k}}{\partial \vec{i}_{dq}}(\vec{i}_{dq}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_{dDFT,k}}{\partial i_d}(\vec{i}_{dq}) & \frac{\partial \Psi_{dDFT,k}}{\partial i_q}(\vec{i}_{dq}) \\ \frac{\partial \Psi_{qDFT,k}}{\partial i_d}(\vec{i}_{dq}) & \frac{\partial \Psi_{qDFT,k}}{\partial i_q}(\vec{i}_{dq}) \end{pmatrix} \quad (49)$$

Die FOURIER-Transformierten  $\bar{\Psi}_{dqDFT,k}(\vec{i}_{dq})$  und  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dqDFT,k}}{\partial \vec{i}_{dq}}(\vec{i}_{dq})$  lassen sich als Ober-

flächenkennfelder im Regelrechner abspeichern, um die Regelung entsprechend zu adaptieren.

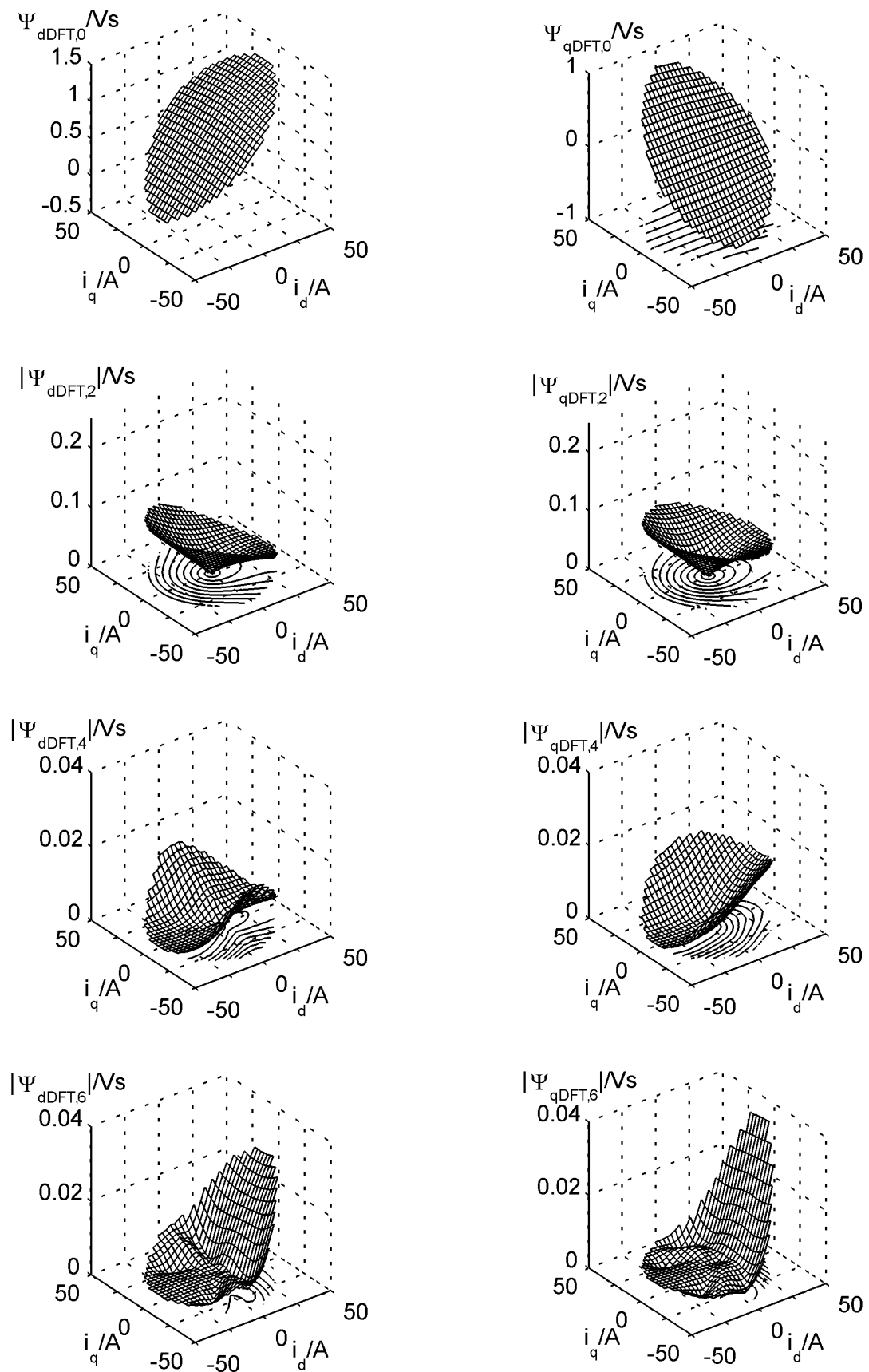


Abb. 23: Kennfelder der Beträge der diskreten FOURIER-Transformierten des verketteten Flusses

Abb. 23 zeigt die Beträge der dominierenden Harmonischen im Fluss. Wie bereits aus Abb. 21 ersichtlich ist, besitzt die 6. Harmonische für einen geringen Strom  $i_d$  nur einen vergleichsweise geringen Einfluss auf die Flusskomponenten, mit wachsendem  $i_q$  verstärken sich aber die 2. und 4. Harmonischen. Die ausgeprägte zweite Oberwelle wird durch die Wicklungsunsymmetrie hervorgerufen. Für geringe Sättigung ergibt sich aufgrund der unterschiedlichen Selbstinduktivitäten  $\left. \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_k} \right|_{\forall k \in \{A, B, C\}}$  eine weitgehend konstante Induktivität  $\frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial i_\beta} = \frac{\partial \Psi_\beta}{\partial i_\alpha} \approx -2,5 \text{ mH}$ . Dieser Wert ergibt sich unabhängig von der Position, sogar bei ausgebautem Sekundärteil, sodass sich die daraus resultierende Flussverketung in diesen Bereichen näherungsweise linear mit dem Wicklungsstrom  $\vec{i}_{\alpha\beta}$  ändert. Die Transformation in läuferfeste  $dq$ -Koordinaten resultiert in einer 2. Oberwelle. Durch Sättigung (vgl. v.a.  $i_d > 0$ ,) wird der Zusammenhang zwischen Strom- und entsprechender Flussamplitude aber deutlich abgeschwächt. Die positionsunabhängigen Flusskomponenten  $\Psi_{dDFT,0}$  und  $\Psi_{qDFT,0}$  wachsen, wie man es von der Grundwellenmaschine kennt, im Wesentlichen mit den erregenden Strömen  $i_d$  und  $i_q$ . Darüberhinaus besteht aber auch eine vergleichsweise geringe Abhängigkeit vom Strom in der jeweils anderen Achse, die dadurch zustande kommt, dass alle Erregungsgrößen überlagernd zusammenwirken. Durch deren geometrische Überlagerung ergibt sich eine Magnetisierungsrichtung, in der die Magnetisierungskennlinie wirkt. Die daraus resultierende Kopplung zwischen den Maschinenachsen wird in der Literatur [65,66,67] eingehend als „cross magnetization“ diskutiert.

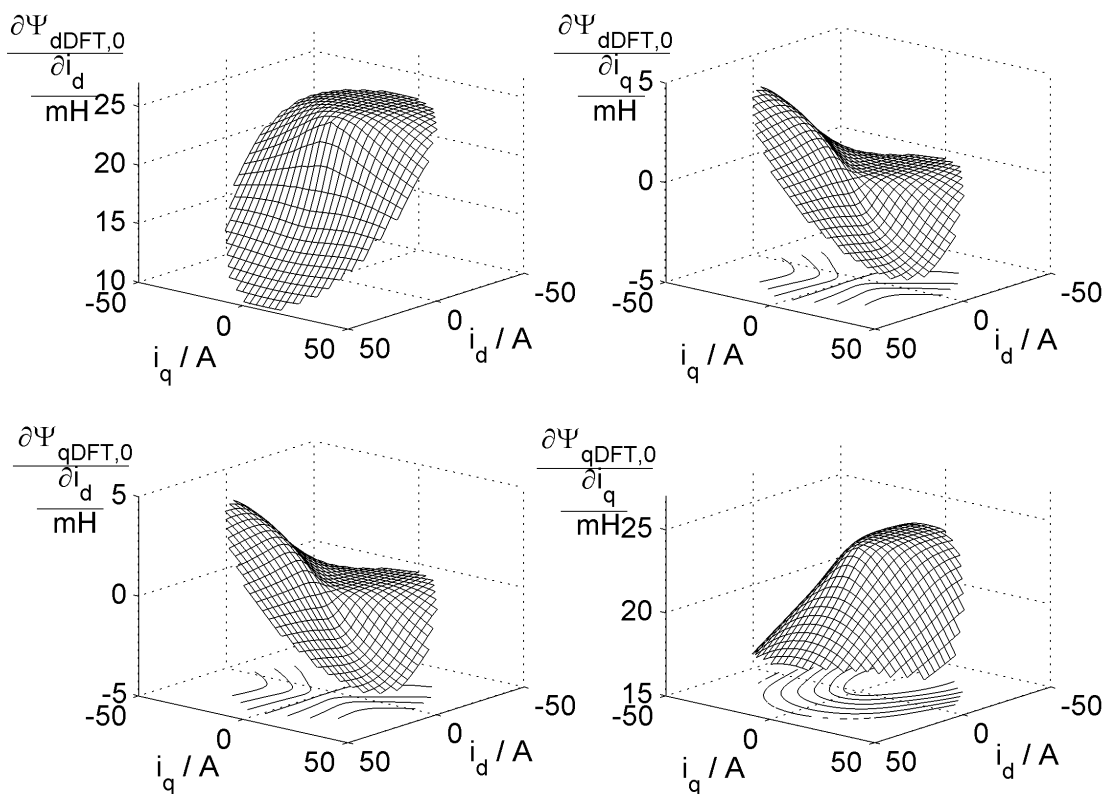


Abb.24: Kennfelder der positionsunabhängigen differentiellen Induktivitäten  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dqDFT,0}}{\partial i_{dq}}(\vec{i}_{dq})$

Anders als für Maschinen mit geometriebedingten Reluktanzunterschieden ( z.B. Maschinen mit vergrabenen Magneten oder Schenkelpolmaschinen ) ergeben sich für Maschinen ohne geometriebedingte Reluktanzunterschiede gleiche differenzielle Gegeninduktivitäten  $\frac{\partial \Psi_{dDFT,0}}{\partial i_q} = \frac{\partial \Psi_{qDFT,0}}{\partial i_d}$ , deren Vorzeichen dadurch bestimmt ist, dass ein Strom in der einen Achse den Fluss in der jeweils anderen Achse schwächt. Abb.24 zeigt diese differenziellen Gegeninduktivitäten und die Selbstinduktivitäten. Ein positiver Strom  $i_d$  führt zur Verstärkung des Permanentmagnetflusses und infolge von Sättigung zu einer sinkenden differentiellen Selbstinduktivität  $\frac{\partial \Psi_{dDFT,0}}{\partial i_d}$ . Die Selbstinduktivität  $\frac{\partial \Psi_{qDFT,0}}{\partial i_q}$  lässt sich ebenfalls durch einen positiven Strom  $i_d$  verringern, zudem besteht auch eine deutliche Abhängigkeit vom Betrag des Stroms  $i_q$ . Im Bereich schwacher Sättigung sind die differentiellen Induktivitäten weitestgehend konstant.

Während der „cross magnetization“-Effekt in der Literatur oft für Grundwellenmaschinen ohne Nutung diskutiert wird, sind die Feldwirbel der  $d$ - und  $q$ -Flusskomponenten real auf die Eisenwege in Zähnen und Joch der Maschine begrenzt. Je geringer die Lochzahl, desto ausgeprägter ist der Kopplungseffekt, da sich dann die konzentrierten Feldwirbel zunehmend gleichgerichtet überlagern, je geringer die Sättigung, desto geringer ist die magnetische Kopplung. So lassen sich nach [68] der Jochfluss und die damit verbundene Sättigung für die überlappende Zweischichtwicklung im Entwurfsstadium der Maschine einfach reduzieren, indem die halbbewickelten Endpole gedehnt ausgeführt werden. Dabei wird nicht nur die magnetische Kopplung, sondern auch der Längsrandeffekt verringert.

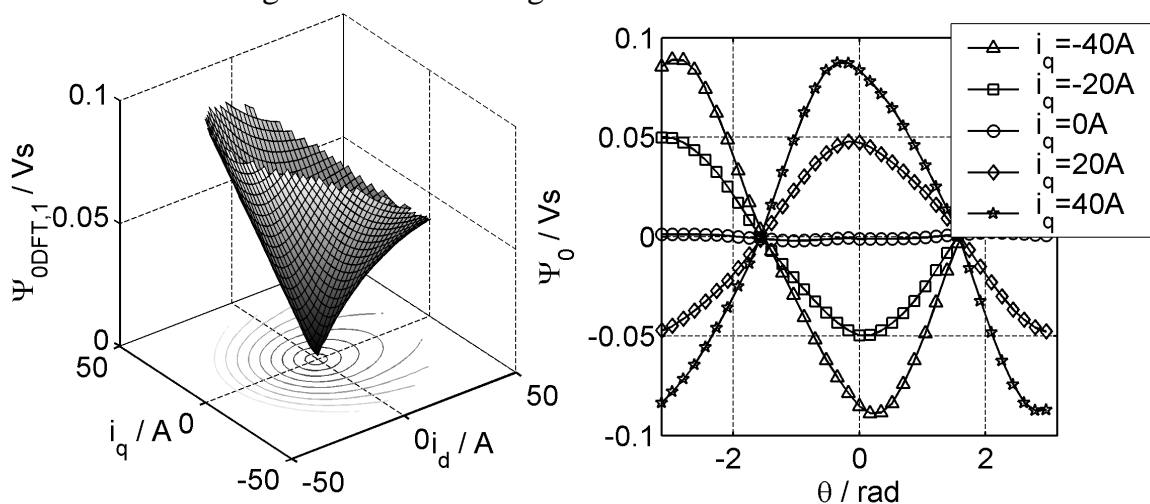


Abb. 25: Grundwellenamplitude  $\Psi_{ODFT,1}(\vec{i}_{dq})$  des Nullflusses in Abhängigkeit vom Stromvektor  $\vec{i}_{dq}$  ( links ) und Nullfluss  $\Psi_0(i_d=0, i_q, \theta)$  für ausgewählte Ströme  $i_q$  als Funktion der Position  $x$  ( rechts )

Abschließend soll kurz auf den Nullfluss eingegangen werden: Abb. 25 zeigt einerseits den Betrag der dominanten Grundwelle des Nullflusses in Abhängigkeit von der am

Läufer orientierten Stromkomponenten als auch den Nullfluss für verschiedene  $q$ -Ströme als Funktion der Position. Letzteres zeigt klar die Dominanz der Grundwelle. Die Ähnlichkeit der Harmonischen  $\Psi_{0DFT,1}$  mit den Harmonischen  $\bar{\Psi}_{dqDFT,2}$  legt die Vermutung nahe, dass auch der Nullfluss im Wesentlichen durch die Unsymmetrie hervorgerufen wird. Dennoch besteht eine deutliche Abhängigkeit des Nullflusses von den die Sättigung bestimmenden Strömen  $i_d$  und  $i_q$ .

Wie oben ausgeführt, lässt sich die Vorschubkraft des Linearmotors nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebung [50] aus der Koenergie ableiten. Daraus ergeben sich für  $N$  diskrete Berechnungspositionen Vorschubkräfte  $F\left(\vec{i}_{dq}, \frac{2\pi}{N} \cdot n\right)$ , die wiederum verwendet werden können, um diskrete FOURIER-Transformierte (50) zwecks Darstellung der Vorschubkraft als FOURIER-Entwicklung (51) zu berechnen.

$$F_{DFT,k}(\vec{i}_{dq}) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=0}^{N-1} F\left(\vec{i}_{dq}, \frac{2\pi}{N} \cdot n\right) \cdot e^{-j \cdot k \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot n} \quad (50)$$

$$F(\vec{i}_{dq}, \theta) = \sum_{k=0}^{N-1} F_{DFT,k}(\vec{i}_{dq}) \cdot e^{j \cdot k \cdot \theta} \quad (51)$$

Abb. 26 zeigt die positionsunabhängige Kraft  $F_{DFT,0}$  und die Amplituden der dominanten Kraftoberwellen in Abhängigkeit von den Stromkomponenten in läuferfesten Koordinaten.

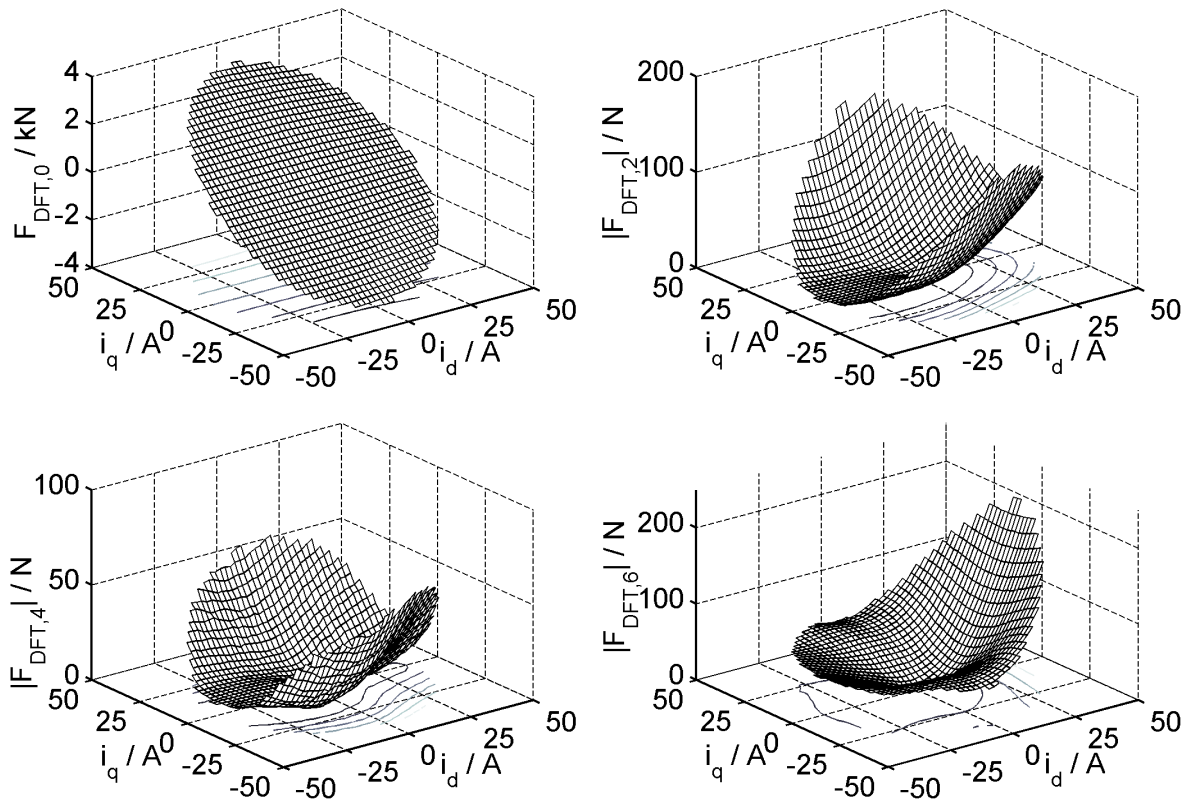


Abb. 26: Positionsunabhängige Kraft und Beträge der wichtigsten Kraftoberwellen in Abhängigkeit von den läuferfesten Strömen  $\vec{i}_{dq}$



Abb. 27 vergleicht die berechneten positionsunabhängigen Vorschubkräfte für  $i_d = 0$  mit den gemessenen Werten, die mit relativen Fehlern von weniger als 2% sehr gut übereinstimmen. Für Details zur Messung der Vorschubkraft sei an dieser Stelle auf Abschnitt 5.1 verwiesen.

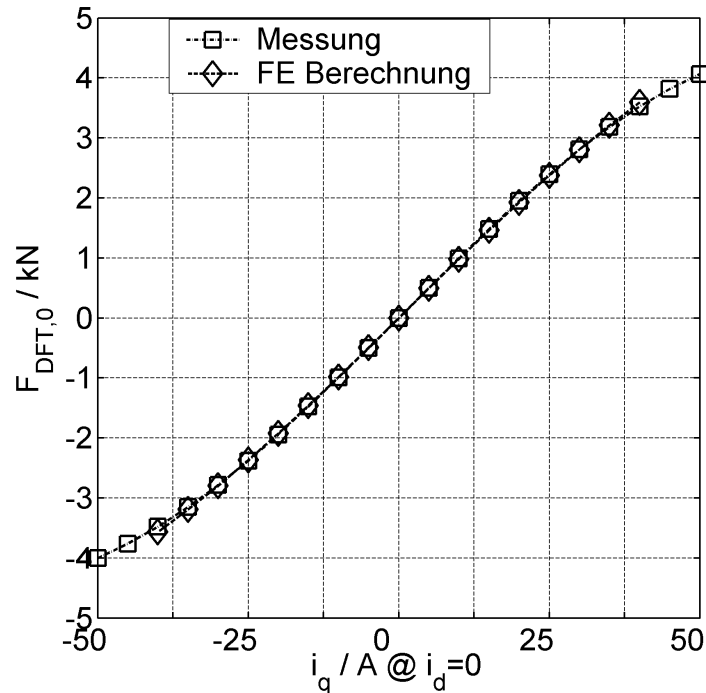


Abb. 27 : Vergleich der FE-Kraftberechnung mit der Messung

### 4.3.2 Messung der Parameter

Die Parameterermittlung auf messtechnischem Weg ist im Vergleich zur FE-Methode mit geringem Aufwand verbunden und gibt die Eigenschaften der individuellen Entwurfsausführung gut an, erfordert aber ein geeignetes Messverfahren. Mit der Gleichung (17) gilt im Stillstand ( $\frac{dx}{dt} = 0$ ) die Spannungsgleichung (52).

$$\vec{u}_{ABC} = \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC} + \underbrace{\frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}} \cdot \frac{d\vec{i}_{ABC}}{dt}}_{\vec{u}_{mABC}} = \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC} + \frac{d\vec{\Psi}_{ABC}}{dt} \quad (52)$$

Der Flussvektor lässt sich nicht direkt messen, allerdings entweder durch Integration des Vektors  $\vec{u}_{mABC}$  der transformatorischen Spannungen oder aus den differentiellen Induktivitäten  $\frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}}$  ermitteln, jedoch nur in Bezug auf den elektrisch unerregten Zustand ( $\vec{i}_{ABC} = \vec{0}$ ). In den folgenden Unterkapiteln sollen einige Messverfahren mit ihren Vor- und Nachteilen umrissen und schließlich ein neues Verfahren vorgestellt werden.

Ausgangspunkt aller Verfahren ist die Kenntnis des ohmschen Widerstands und des verketteten Flusses im Ruhezustand, der allein von den Permanentmagneten hervorgerufen wird. Der ohmsche Widerstand lässt sich mittels einer Gleichstrommessung er-

mitteln. Eine im Stern geschaltete Maschine mit isoliertem Sternpunkt besitzt nach Gleichung (15) für Gleichstrom die verketteten Spannungen (53).

$$\begin{pmatrix} u_{AB} \\ u_{BC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_A & -R_B \\ R_C & R_B + R_C \end{pmatrix} \cdot \vec{i}_{AB} \quad (53)$$

In zwei Messungen wird an die Klemmen A und C bzw. B und C eine Gleichspannung angelegt, während die letzte Klemme leer läuft ( $i_B = 0$  bzw.  $i_A = 0$ ). Aus (53) ergibt sich so für die drei Strangwiderstände:

$R_A$ ( $\Omega$ )	$R_B$ ( $\Omega$ )	$R_C$ ( $\Omega$ )	$R_1$ ( $\Omega$ )
1,496	1,495	1,502	1,498

Die Messungen zeigen, dass die Strangwiderstände bei Raumtemperatur sehr gut übereinstimmen und sich so durch ihren Mittelwert  $R_1$  annähern lassen. Weil statt der Widerstandsmatrizen direkt der skalare Widerstandswert  $R_1$  eingesetzt werden kann, vereinfachen sich die Spannungsgleichungen.

Der mit der Wicklung verkettete Permanentmagnetfluss lässt sich messen, indem die aufgrund einer Bewegung induzierte Klemmenspannung im Leerlauf gemessen wird. Dazu wurde die Maschine von Hand ( $|\mathbf{v}| < 0.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $|\frac{d\theta}{dt}| < 25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ) mit leerlaufenden Maschinenklemmen bewegt, während die induzierte Klemmenspannung aufgezeichnet wurde. Nach (21) lässt sich die partielle Ableitung des Fluss  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x}$  für den stromlosen Fall entsprechend (54) bestimmen.

$$\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x} = \vec{u}_{\alpha\beta} \cdot \left( \frac{dx}{dt} \right)^{-1} \quad (54)$$

Abb.28a zeigt diese Größe als Trajektorie im Raum ihrer Komponenten mit der Position  $x$  als Parameter für einen Verfahrensweg  $-\tau_p \leq x \leq \tau_p$ . Der Fluss kann daraus als Integral nach der Position  $x$  bestimmt werden. Der Anfangswert  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta}(\vec{i}_{\alpha\beta} = \vec{0}, x_0)$  wurde darin so gewählt, dass  $\Psi_\alpha$  und  $\Psi_\beta$  innerhalb ganzer elektrischer Perioden mittelwertfreie Signale sind. Einer Welligkeit ihrer Amplitude aufgrund der positionsabhängigen Überdeckung unterschiedlich starker Magnete wird durch eine periodenweise Offsetkorrektur Rechnung getragen.

$$\bar{\Psi}_{\alpha\beta}(\vec{i}_{\alpha\beta} = \vec{0}, x) = \int_{x_0}^x \vec{u}_{\alpha\beta} \cdot \left( \frac{dx}{dt} \right)^{-1} d\eta + \bar{\Psi}_{\alpha\beta}(\vec{i}_{\alpha\beta} = \vec{0}, x_0) \quad (55)$$

Während  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x}$  eine ausgeprägte Welligkeit mit der Wellenlänge  $\tau_N$  besitzt, was man der Abweichung der Trajektorie von der Kreisform entnehmen kann, ist diese Welligkeit im Fluss  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta}$  kaum erkennbar.

Dennoch kann eine verbleibende Welligkeit aufgezeigt werden, indem der Fluss in  $dq$ -

Koordinaten umgerechnet wird. Während die Grundwelle im Fluss  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta}$  zu einem positions-unabhängigem Anteil im Flussvektor  $\bar{\Psi}_{dq}$  führt, kommt durch die Oberwellen im Flussvektor  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta}(\vec{i}_{\alpha\beta} = \vec{0}, x)$  auch in  $dq$ -Koordinaten eine Welligkeit zustande (vgl. Abb. 29).

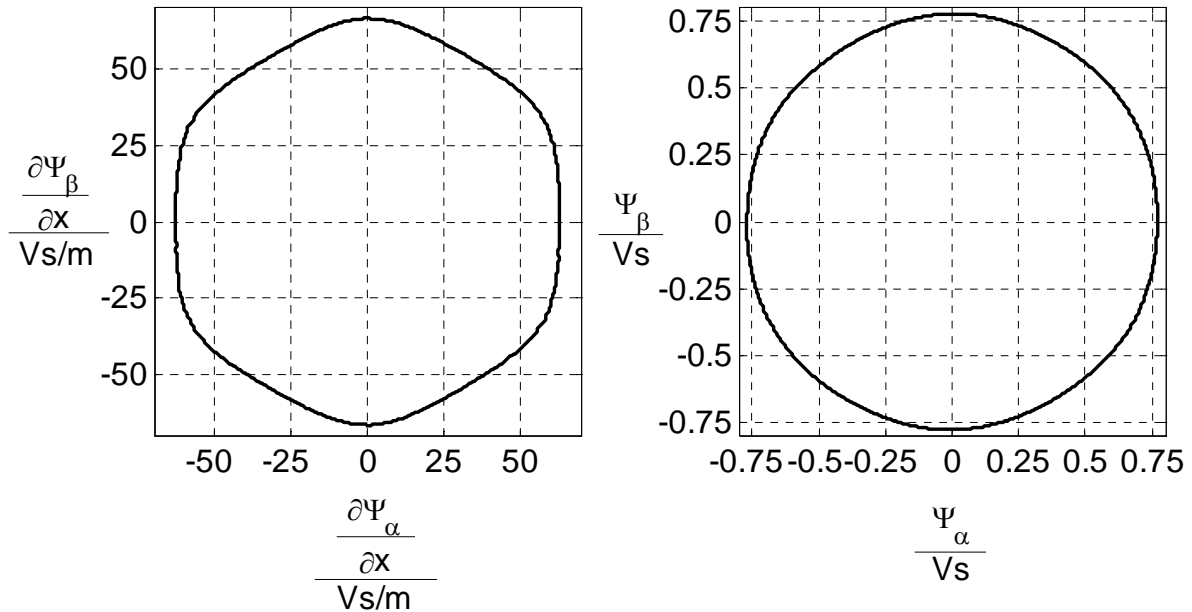


Abb.28: Abhängigkeit der Flussverketzung  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta}(\vec{i}_{\alpha\beta} = \vec{0}, x)$  aufgrund der Erregung durch die Permanentmagnete in wicklungsfesten  $\alpha\beta$ -Koordinaten; (a):  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}(\vec{i}_{\alpha\beta} = \vec{0}, x)}{\partial x}$ ; (b):  $\bar{\Psi}_{\alpha\beta}(\vec{i}_{\alpha\beta} = \vec{0}, x)$

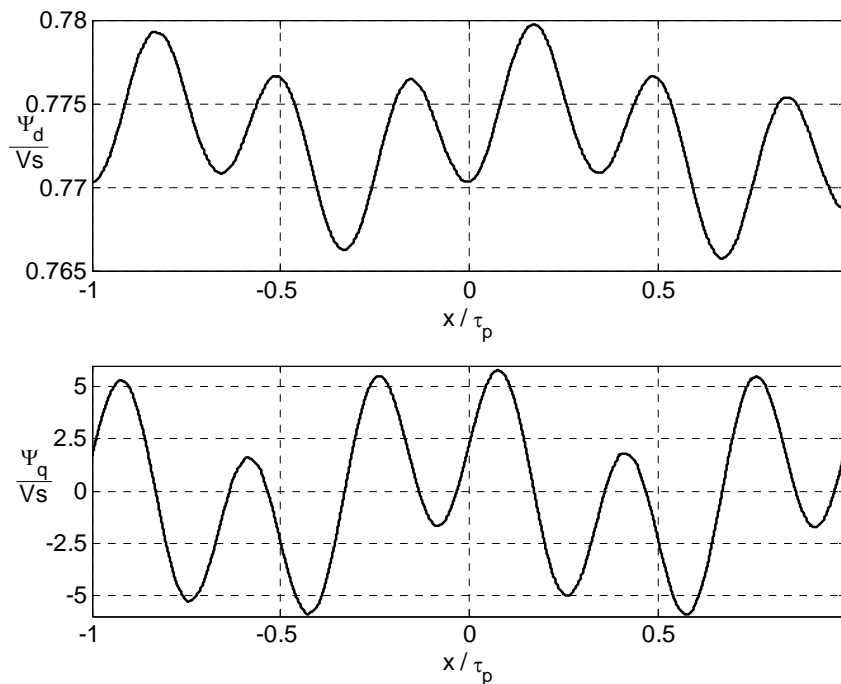


Abb. 29: Permanentmagnetfluss  $\bar{\Psi}_{dq}(\vec{i}_{dq} = \vec{0}, -\tau_p \leq x \leq \tau_p)$  im synchronen  $dq$ -Koordinatensystem in Abhängigkeit von der Position für eine elektrische Periode des Verfahrwegs

Dabei gilt für die maximale bezogene Abweichung des Permanentflusses in der  $d$ -Achse der Zusammenhang:  $\left| \frac{\Psi_d - \bar{\Psi}_d}{\bar{\Psi}_d} \right| < 0.7\%$ , sodass die Flussverkettung in  $dq$ -Koordinaten im Leerlauf mit guter Näherung als konstant angesehen werden kann.

#### 4.3.2.1 Aus der Literatur bekannte Messverfahren zur Ermittlung der differentiellen Induktivitäten $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}}$ bzw. des Flusses $\bar{\Psi}_{dq}$

Alle hier vorgestellten Verfahren ermitteln die Flusscharakteristik nicht in dreisträngigen Koordinaten, sondern im zweisträngigen synchronen  $dq$ -Koordinatensystem. Für die festgebremste Maschine ( $\nu = 0$ ) gilt die Spannungsgleichung (56).

$$\vec{u}_{dq} = \underline{R}_{dq} \cdot \vec{i}_{dq} + \frac{d\bar{\Psi}_{dq}}{dt} = \underline{R}_{dq} \cdot \vec{i}_{dq} + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \cdot \frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} \quad (56)$$

Durch Integration der transformatorischen Spannung erhält man den mit der Wicklung verketteten Fluss  $\bar{\Psi}_{dq}(\vec{i}_{dq}, x)$ .

$$\bar{\Psi}_{dq}(t, x) = \int_0^t \left( \vec{u}_{dq}(\tau) - \underline{R}_{dq} \cdot \vec{i}_{dq}(\tau) \right) d\tau + \bar{\Psi}_{dq}(0, x) \quad (57)$$

Üblicherweise ist der Beginn jeder Betrachtung ( $t = 0$ ) der stromlose Zustand, bei dem die Wicklung allein mit dem Fluss  $\bar{\Psi}_{dq}(0) = \bar{\Psi}_{PM}$  aufgrund der Permanentmagneterregung verkettet ist. Neben diesem ist die genaue Kenntnis der ohmschen Widerstandsmatrix  $\underline{R}_{dq}$  und des vom Wechselrichter erzeugten Spannungsvektors  $\vec{u}_{dq}$  erforderlich. Die ideale Wechselrichterausgangsspannung weicht von der real erzeugten Ausgangsspannung um die Durchlassspannungsfälle der leitenden Ventile und die Spannungsfehler aufgrund der Ein- und Ausschaltverzögerungen der Leistungshalbleiter ab [20, 69, 70, 71]. Die Spannungsfehler sind in erster Linie stromrichtungsabhängig, die Spannungsfälle über den Ersatzwiderständen der leitenden Bauelemente sind zudem von der Höhe der Ströme abhängig. Sind die Fehlerspannungen hinreichend genau bekannt, dass die Primärspannungen  $\vec{u}_{dq}$  sehr genau angegeben oder sogar spannungsfehlerfrei eingestellt werden können, so lassen sich der Flussvektor nach Gleichung (57) und die differentiellen Induktivitäten anschließend als dessen partielle Ableitungen berechnen. In [29] wird das Verfahren für die Asynchronmaschine vorgeschlagen, doch lässt es sich auch auf die Synchronmaschine übertragen. Dabei wird die Maschine in jedem Messvorgang mittels einer treppenförmigen<sup>4</sup> Spannung erregt und die stationäre Reaktion des Stroms  $\vec{i}_{dq}$  auf die einzelnen Stufen aufgezeichnet. Die

<sup>4</sup> Die Dauer jeder einzelnen Treppenstufe wird so gewählt, dass sich im Strom ein stationärer Zustand einstellt.

Forderung nach einem stationären Zustand erfordert eine geringe eingeprägte Spannung. Daraus resultiert eine geringe Dynamik, sodass real auftretende Wirbelströme vernachlässigt werden können. Weiter muss berücksichtigt werden, dass bei der Synchronmaschine auch im unbestromten Zustand der Permanentfluss magnetisierend wirkt. In [72] wird davon ausgegangen, dass bereits eine hinreichend gut funktionierende Stromregelung existiert. Damit lässt sich in einer Koordinate, z.B. in der  $d$ -Achse, der Strom  $i_d$  auf einen konstanten Wert  $I_{d0}$  regeln, während eine rechteckförmige Spannung  $u_q$  eingepreßt wird. Auch hier ergibt sich der Fluss  $\Psi_q(i_d=I_{d0}, i_q)$  aus dem Integral über der transformatorischen Spannung. So lässt sich mittels eines einzigen Testlaufs der Fluss  $\Psi_q(i_d=I_{d0}, i_q)$  für einen festen Strom  $i_d=I_{d0}$  und alle  $i_q$  ermitteln. Der Fluss in der  $d$ -Achse wird analog ermittelt. Damit der jeweils geregelte Strom auch ohne optimale Regelung ausreichend konstant bleibt, darf sich der jeweils andere Strom nur langsam ändern. Daher ist die Amplitude der Rechteckspannung begrenzt. Aufgrund nur langsamer Stromänderungen lassen sich aber auch etwaige Wirbelströme vernachlässigen. Weiter kann mit diesem Verfahren sogar eine Hystereseschleife ausgemessen werden.

*Tabelle 4: Vor- und Nachteile der Parametererfassung nach [29] und [72]*

Verfahren nach [29]: Integration über Spannungspulse bis zum stationären Endwert	Verfahren nach [72]: Integration über eine Rechteckspannung bei konstantem Strom in der jeweils anderen Achse
+ kein gesonderter Messaufbau	+ kein gesonderter Messaufbau
+ Wirbelströme vernachlässigbar	+ Wirbelströme vernachlässigbar
+ Geringer Messaufwand	+ geringer Messaufwand
– genaue Nachbildung der Wechselrichterfehlerspannung notwendig	+ Ausmessen der Hysterese möglich
– genaue Messung der Zwischenkreisspannung notwendig	– genaue Nachbildung der Wechselrichterfehlerspannung ist notwendig
	– genaue Messung der Zwischenkreisspannung notwendig
	– bereits funktionierende Stromregelung notwendig

Bei den aufgeführten Messverfahren werden geringe Spannungen vom Wechselrichter eingepreßt, bei denen die umrichterbedingten Fehlerspannungen signifikant sind. Daher ist eine möglichst genaue Nachbildung der umrichterbedingten Fehlerspannungen und die genaue Kenntnis des ohmschen Widerstands unerlässlich. Dazu ist auch eine sehr genaue Messung der Zwischenkreisspannung erforderlich, selbst wenn diese geregelt ist. Weiterhin sei hier im Vorgriff auf die Beschreibung der Antriebsrealisierung

darauf hingewiesen, dass hier hochfrequente<sup>5</sup> parasitäre Störströme die Genauigkeit der vorhergesagten, stromabhängigen Fehlerspannungen insbesondere für kleine Ströme beeinträchtigen. Für manche Antriebe ist die Kompensation von umrichterbedingten Spannungsfällen aufgrund großer hochfrequenter Störströme überhaupt fraglich [73].

Die Vor- und Nachteile der beiden Verfahren sind in Tabelle 4 zusammengefasst

Ein weiteres Verfahren wurde zur Vermessung einer synchronen Reluktanzmaschine vorgeschlagen [74]. Es nutzt nicht den Wechselrichter als steuernde Spannungsquelle, sondern erfordert einen speziellen Messaufbau. Es werden zwei Stillstandsmessungen durchgeführt, bei denen jeweils die  $d$ - oder die  $q$ -Achse mit einer Durchflutungsachse der Maschine zusammenfällt. Mit einer geregelten Stromquelle wird in jeweils einer Durchflutungsachse ein Gleichstrom eingepreßt, während in der jeweils anderen Achse ein Strom fließt, dessen Abklingverhalten bedämpft durch Statorwiderstand, externe Widerstände und die Durchlassspannung einer Freilaufdiode untersucht wird. Dieses Abklingverhalten lässt sich dann numerisch hinsichtlich der Induktivitäten und des durch den Strom erregten Fluss auswerten. Aufgrund der langsamen Abklingvorgänge lassen sich etwaige Wirbelströme im Eisen der Maschine vernachlässigen.

*Tabelle 5: Vor- und Nachteile der Parametererfassung nach [74]*

Abklingverhalten eines erregenden Stroms nach [74]

- + Wirbelströme vernachlässigbar
- spezieller Messaufbau notwendig
- hoher Messaufwand
- keine Positionsabhängigkeit ausmessbar

#### 4.3.2.2 Messung der differentiellen Induktivität $\frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}}$ und des Flusses $\vec{\Psi}_{dq}$

##### durch Kombination mehrerer Transienter im Strom

Die im letzten Abschnitt genannten Messverfahren erfordern entweder ein korrigiertes Modell des Wechselrichters, bei dem dem Leit- und Schaltverhalten der Leistungsbau-elemente Rechnung getragen wird oder einen speziellen Messaufbau. Um das zu vermeiden, wurde ein Messverfahren [38] entwickelt das die Wechselrichterfehlerspannungen minimiert, indem der Wechselrichter ungepulst betrieben wird, sodass allein die Durchlassspannungsfälle der Leistungshalbleiter als Fehlerspannungen wirken. Aufgrund einer sehr großen transformatorischen Spannung laufen die transienten Vor-

<sup>5</sup> Die Frequenz dieser Störströme liegt in der Regel im Bereich von einigen 10kHz bis einigen MHz, also weit über denen im digitalen Regelsystem berücksichtigten Frequenzen bis maximal zur Shannonfrequenz.

gänge nunmehr sehr schnell ab. Dadurch können im Eisen der Maschine Wirbelströme induziert werden, die in der Modellbildung vernachlässigt werden. Es ist daher zu prüfen, ob die Vernachlässigung zulässig ist.

Gleichung (58) gibt die Spannungsgleichung für die Wicklungsspannung in  $\alpha\beta$ -Koordinaten im Stillstand für einen transienten Vorgang im Wicklungsstrom an.

$$\vec{u}_{\alpha\beta} = \underline{R}_{\alpha\beta} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta} + \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\beta}} \end{pmatrix} \cdot \frac{d\vec{i}_{\alpha\beta}}{dt} \quad (58)$$

Dabei ist der Wicklungsspannungsvektor  $\vec{u}_{\alpha\beta}$  einer der sechs aktiven Spannungsvektoren  $\vec{V}_1 \dots \vec{V}_6$  aus Abb. 30. In geschweiften Klammern ist angegeben, welche der Wechselrichterstränge  $\{A, B, C\}$  dazu an die positive  $\{1\}$  bzw. negative  $\{0\}$  Zwischenkreisschiene geschaltet ist. Für die Fälle, dass alle Wechselrichterklappen auf gleichem Potential liegen, ergeben sich die Nullvektoren  $\vec{V}_7$  und  $\vec{V}_8$ . Für die isotrope Maschine ändert sich der Strom in Richtung der induktiven Spannung, für die anisotrope Maschine ergibt sich eine gekrümmte Trajektorie, deren Krümmung vom Grad der Sättigung bzw. von den partiellen Ableitungen des Flusses nach dem Strom abhängt. Diese partiellen Ableitungen des Flusses nach dem Strom sind daher für eine bestimmte

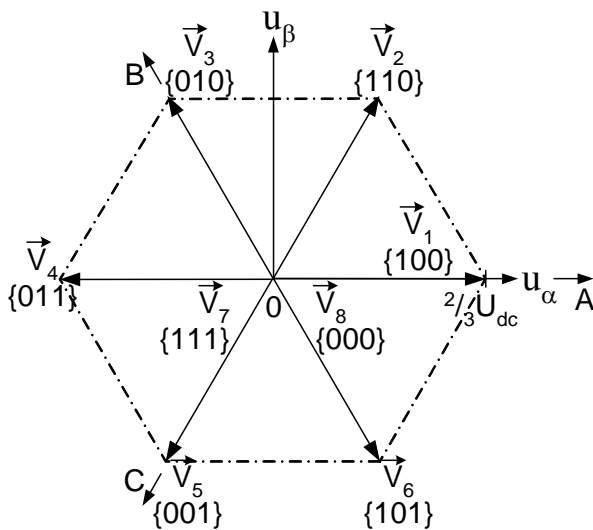


Abb. 30: diskrete Spannungsvektoren des Wechselrichters

Position  $x$  in Abhängigkeit vom Stromvektor  $\vec{i}_{\alpha\beta}$  zu bestimmen. Allerdings ist das Gleichungssystem (58) zur Lösung der i.Allg. vier partiellen Ableitungen unterbestimmt. Durch Kombination zweier transienter Vorgänge, bei denen der Strom aufgrund unterschiedlicher treibender Spannungen, z.B.  $\vec{V}_2$  und  $\vec{V}_3$ , entlang unterschiedlicher, sich schneidender Trajektorien verläuft, lassen sich aber für den Schnittpunkt der Trajektorien die gesuchten Größen ermitteln. Abb. 31 zeigt zwei solche Trajektorien

$\vec{i}_{\alpha\beta k} \Big|_{\vec{u}_{\alpha\beta k}}$ , die für die jeweiligen treibenden Spannungen  $\vec{u}_{\alpha\beta k} = \vec{V}_k \Big|_{k=2,3}$  in Pfeilrichtung durchlaufen werden. Die Anfangswerte lassen sich dabei entweder gesteuert oder aber wie hier mittels einer einfachen, i.Allg. nicht optimalen Regelung geregelt erreichen. Die Abtastzeit sei so gewählt, dass die Trajektorien zwischen benachbarten Abtastwerten als linear angenommen werden dürfen. Damit gelten für alle Werte zwischen den Abtastwerten und insbesondere für den Schnittpunkt der Trajektorien  $\vec{i}_{\alpha\beta S}$

die gleichen partiellen Ableitungen  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \bar{i}_{\alpha\beta}}$ . Diese lassen sich daher algebraisch aus dem linearen Gleichungssystem (59) als Lösung (60) berechnen. Werden nun nicht nur zwei, sondern viele Trajektorien, z.B. wie in Abb. 32 dargestellt, aufgenommen, so ergeben sich Schnittpunkte, die über den gesamten Betriebsbereich des Stroms  $\bar{i}_{\alpha\beta}$  verteilt sind, wohlgermerkt alle für eine bestimmte Position. Die Messprozedur besteht aus der Aufnahme der Trajektorien. Bei der Offline-Auswertung müssen zunächst die Schnittpunkte der Trajektorien ermittelt werden. Sind die Schnittpunkte bekannt, können für diese mittels (60) die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \bar{i}_{\alpha\beta}}$  berechnet werden. Dadurch stehen die gesuchten Werte für Ströme zur Verfügung, die über den gesamten Betriebsbereich verstreut sind, allerdings nicht in einem regelmäßigen Raster. Im nächsten Schritt werden die Messwerte für die verstreuten Stützstellen/-ströme in Funktionswerte für äquidistante Stützstellen übergeführt. Solch ein Verfahren beruht auf der so genannten DELAUNAY-Triangulation [75] der Stromebene und der linearen Interpolation innerhalb der Dreiecksfläche von Funktionswerten, die sich über einem solchen DELAUNAY-Dreieck aufspannen lässt. Damit stehen die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \bar{i}_{\alpha\beta}}$  für ein äquidistantes Raster von Strömen  $\bar{i}_{\alpha\beta}$  und die Messposition  $x$  zur Verfügung. Abb. 33 zeigt die sich ergebenden Funktionswerte sowohl nach der Triangulation (a) als auch nach der Interpolation (b).

$$\left( \begin{array}{c} \left( \begin{array}{cccc} \frac{di_{\alpha}}{dt} & 0 & \frac{di_{\beta}}{dt} & 0 \\ 0 & \frac{di_{\beta}}{dt} & 0 & \frac{di_{\alpha}}{dt} \end{array} \right)_2 \\ \left( \begin{array}{cccc} \frac{di_{\alpha}}{dt} & 0 & \frac{di_{\beta}}{dt} & 0 \\ 0 & \frac{di_{\beta}}{dt} & 0 & \frac{di_{\alpha}}{dt} \end{array} \right)_3 \end{array} \right) \cdot \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\alpha}} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\alpha}} \end{array} \right)_{\bar{i}_{\alpha\beta S}, x} \end{array} = \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} \bar{u}_{\alpha\beta 2} \\ \bar{u}_{\alpha\beta 3} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} R_{\alpha\beta} \\ R_{\alpha\beta} \end{array} \right) \cdot \bar{i}_{\alpha\beta S} \end{array} \quad (59)$$

$$\begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\alpha}} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\alpha}} \end{array} \right)_{\bar{i}_{\alpha\beta S}, x} = \left( \begin{array}{c} \left( \begin{array}{cccc} \frac{di_{\alpha}}{dt} & 0 & \frac{di_{\beta}}{dt} & 0 \\ 0 & \frac{di_{\beta}}{dt} & 0 & \frac{di_{\alpha}}{dt} \end{array} \right)_2 \\ \left( \begin{array}{cccc} \frac{di_{\alpha}}{dt} & 0 & \frac{di_{\beta}}{dt} & 0 \\ 0 & \frac{di_{\beta}}{dt} & 0 & \frac{di_{\alpha}}{dt} \end{array} \right)_3 \end{array} \right)^{-1} \cdot \left[ \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} \bar{u}_{\alpha\beta 2} \\ \bar{u}_{\alpha\beta 3} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{c} R_{\alpha\beta} \\ R_{\alpha\beta} \end{array} \right) \cdot \bar{i}_{\alpha\beta S} \end{array} \right] \quad (60)$$



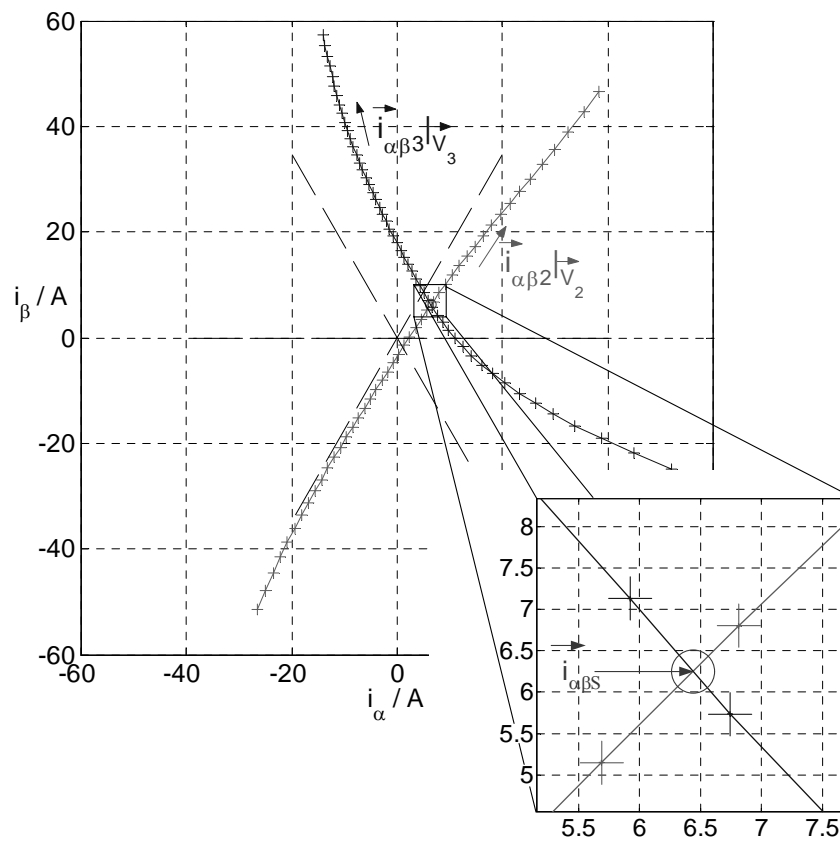


Abb. 31: Trajektorien  $\vec{i}_{\alpha\beta 2}|_{\vec{V}_2}$  und  $\vec{i}_{\alpha\beta 3}|_{\vec{V}_3}$  aufgrund der Wicklungsspannungen  $\vec{u}_{\alpha\beta k} = \vec{V}_k|_{k=2,3}$ ; die Durchlaufrichtung ist durch die Pfeilrichtung neben der Trajektorie kenntlich gemacht, die Abtastpunkte sind mit Kreuzen gekennzeichnet, der Schnittpunkt der Trajektorien mittels eines Kreises

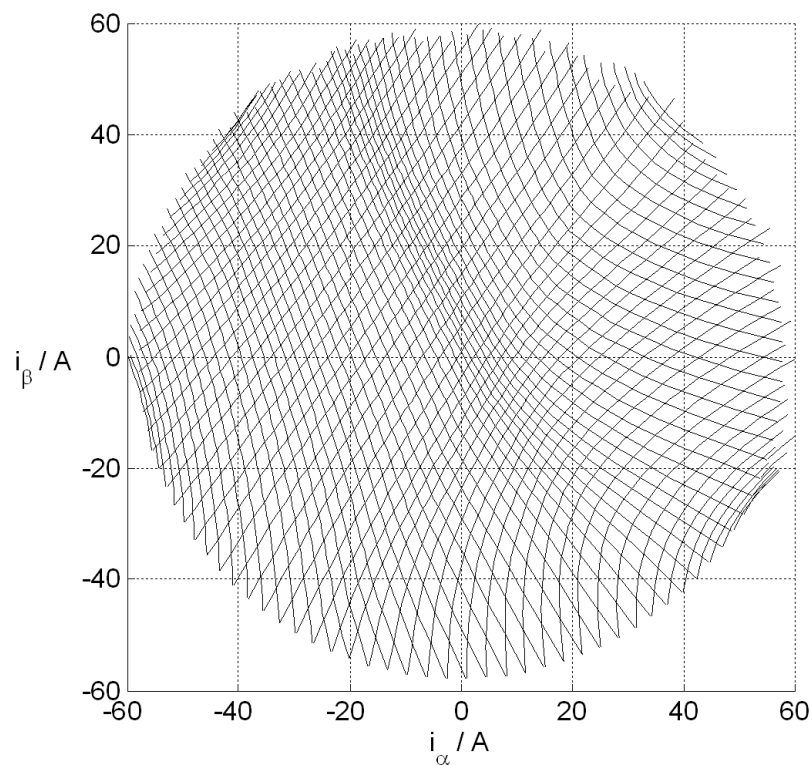


Abb. 32: Viele Trajektorien besitzen Schnittpunkte, die über den gesamten Betriebsbereich des Antriebs verteilt sind.

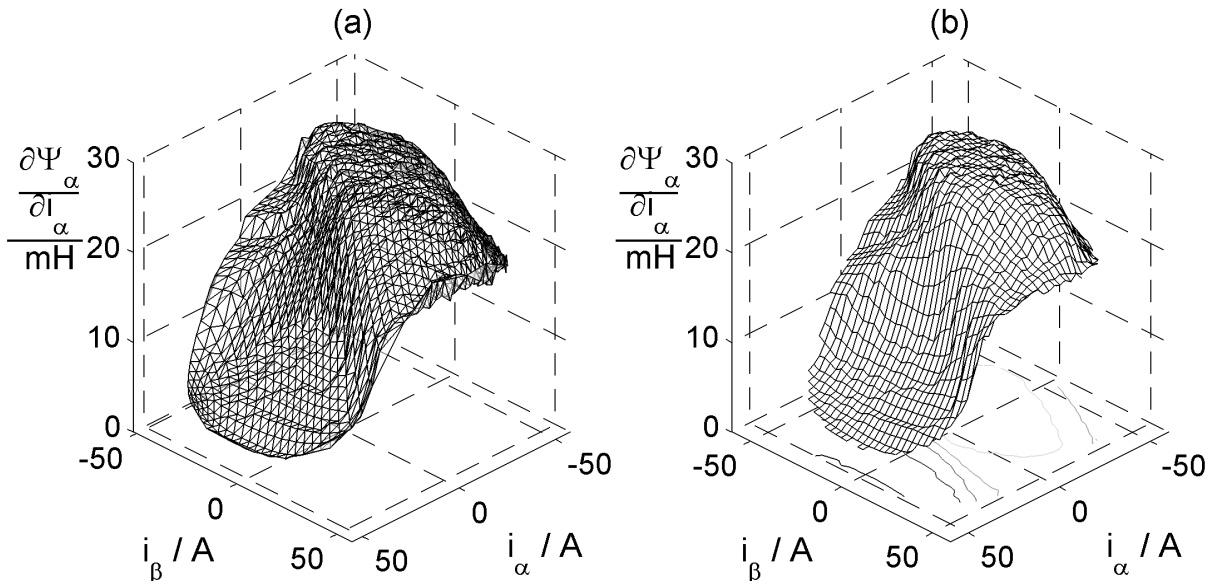


Abb. 33: Funktionswerte am Beispiel von  $\frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial i_\alpha}(\vec{i}_{\alpha\beta}, \theta=0)$  nach der Triangulierung (a) und nach der Interpolation auf ein äquidistantes Stromraster (b)

Da den digitalen Strommesswerten ein Quantisierungsrauschen überlagert ist und die Trajektorien zwischen benachbarten Abtastwerten nur bedingt als linear angenommen werden können, ergibt sich auch für die berechneten differentiellen Induktivitäten eine überlagerte Welligkeit. Mit einem digitalen 2D-Mittelwertfilter mit Gausscharakteristik lässt sich das überlagerte Rauschen zwar nicht eliminieren, aber zumindest stark reduzieren. Des Weiteren lassen sich die Messungen für die anderen Paare aktiver Spannungsvektoren aus Abb. 30 wiederholen. Dabei ist immer darauf zu achten, dass jeweils nur Transiente im Strom ausgewertet werden, die aufgrund von Spannungsvektoren unterschiedlicher Richtung zustande gekommen sind. Nicht zuletzt zur Fehlerabschätzung, sondern auch zur Erhöhung der Genauigkeit wurde ein arithmetischer Mittelwert aus den sich ergebenden Zusammenhängen  $\left. \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta}} \right|_{\text{Auswertung}(\vec{V}_j, \vec{V}_k)}$  für alle einzel-

nen Auswertungen  $\left\{ \text{Auswertung}(\vec{V}_j, \vec{V}_k) \right\}$  der Trajektorienpaare aufgrund der Spannungen  $\vec{V}_j, \vec{V}_k$  entsprechend (61) gebildet. Damit wird auch der Einfluss der real wirksamen und im Modell vernachlässigten Hysterese reduziert.

$$\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta}}(\vec{i}_{\alpha\beta}, x) = \sum_{\text{Auswertung}(\vec{V}_j, \vec{V}_k)} \left. \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta}}(\vec{i}_{\alpha\beta}, x) \right|_{\text{Auswertung}(\vec{V}_j, \vec{V}_k)} \quad (j, k) \in \{(2, 3), (2, 6), (3, 5), (5, 6)\} \quad (61)$$

Trotzdem erfordert die Näherung konstanter differentieller Induktivitäten zwischen benachbarten Abtastwerten einer Trajektorie eine ausreichend hohe Abtastfrequenz des aufnehmenden digitalen Messsystems. Eine zu hohe Abtastfrequenz führt dagegen zu kleinen Stromänderungen und folglich u.U. zu einem zu großen Einfluss des Quanti-

sierungsrauschens. Beim untersuchten System wurden bei einer Abtastfrequenz von 8 kHz zufriedenstellende Ergebnisse erzielt.

Aus (24) geht hervor, dass sich die in  $\alpha\beta$ -Koordinaten ermittelten differentiellen Induktivitäten entsprechend (62) in das  $dq$ -Koordinatensystem transformieren lassen.

$$\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} = \underset{=dq}{T^{-1}} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \bar{i}_{\alpha\beta}} \cdot \underset{=dq}{T} \quad (62)$$

Weiter ist der Fluss  $\bar{\Psi}_{dq}$  zu bestimmen. Lässt sich die Hysterese des Eisens vernachlässigen, so hängt der Flussvektor allein von dem erregenden Strom und der Permanentmagnetflusskomponente bzw. der Position ab. In diesem Fall berechnet sich der Flussvektor entsprechend (63). Dabei wird der verkettete Flussvektor aufgrund der Permanentmagnete an der Position  $x$  als Anfangswert verwendet.

$$\bar{\Psi}_{dq}(\bar{i}_{dq}, x) = \int_{\vec{0}}^{\bar{i}_{dq}} \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}}(\bar{\xi}, x) d\bar{\xi} + \bar{\Psi}_{dq}(\vec{0}, x) \quad (63)$$

Zur Erhöhung der numerischen Genauigkeit lässt sich auch der arithmetische Mittelwert aus Integralen mit verschiedenen Integrationswegen verwenden. Dabei ist es nahe liegend, den Integrationsweg parallel zur  $d$ - und  $q$ -Achse zu wählen.

Wie bereits in Abschnitt 4.3.1 eingehend dargestellt, sind die magnetischen Kenngrößen  $\bar{\Psi}_{dq}(\bar{i}_{dq}, \theta)$  und  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}}(\bar{i}_{dq}, \theta)$  in läuferfesten Koordinaten in gewissen Grenzen

periodische Funktionen mit einer Grundwellenlänge, die der Polteilung  $\tau_p$  entspricht. Weiter wurde gezeigt, dass sich diese Funktionen zur Approximation für beliebige Positionen als FOURIER-Reihen-Entwicklung (47) darstellen lassen, deren Harmonische aus der diskreten FOURIER-Transformation (48) für Kennfelder an diskreten Messpositionen hervorgehen. Die  $N$  Messpositionen werden äquidistant über  $2 \cdot \tau_p$  (zwei Grundwellenlängen) verteilt gewählt. Durch die integrale Berechnung der FOURIER-Transformation verspricht die Annahme einer doppelt so großen Basiswelle eine erhöhte Genauigkeit, da dann der arithmetische Mittelwert der FOURIER-Transformierten über zwei Grundwellen gebildet wird. Vorab müssen die Kennfelder an den  $N$  äquidistanten Messpositionen aufgenommen werden.

Nachfolgend werden knapp die Vor- und Nachteile der vorgeschlagenen Messmethode aufgezeigt.

*Tabelle 6: Vor- und Nachteile der Parametererfassung nach [38]*

- + kein gesonderter Messaufbau
- + geringer Messaufwand
- + weitgehend unabhängig von umrichterbedingten Fehlerspannungen
- + reduzierter Einfluss der Hysterese
- nur für vernachlässigbare Wirbelströme

In den folgenden Abschnitten soll auf die eigentlichen Ergebnisse eingegangen und eine Fehlerabschätzung vorgenommen werden.

#### 4.3.2.2.1 Messergebnisse der Kennfelder $\vec{\Psi}_{dq}(\vec{i}_{dq})$ und $\frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}(\vec{i}_{dq})}{\partial \vec{i}_{dq}}$

Abb. 34 zeigt die Kennfelder der positionsunabhängigen Flusskomponenten und die Amplitudenwerte der Oberwellen in Abhängigkeit von den erregenden läuferfesten Stromkomponenten. An den Kennfeldern der positionsunabhängigen verketteten Flusskomponenten kann man erkennen, dass die Stromkomponente in der einen Achse die Flusskomponente in der jeweils anderen Achse schwächt (cross magnetization). Dennoch hängt die Flusskomponente in einer Achse im Wesentlichen von der Stromkomponente in derselben Achse ab. Die Kennfelder sind in guter Übereinstimmung mit den FE-Berechnungsergebnissen; allerdings wurde bis zu größeren Stromwerten gemessen. Ein quantitativer Vergleich folgt in Abschnitt 4.3.2.2.2.

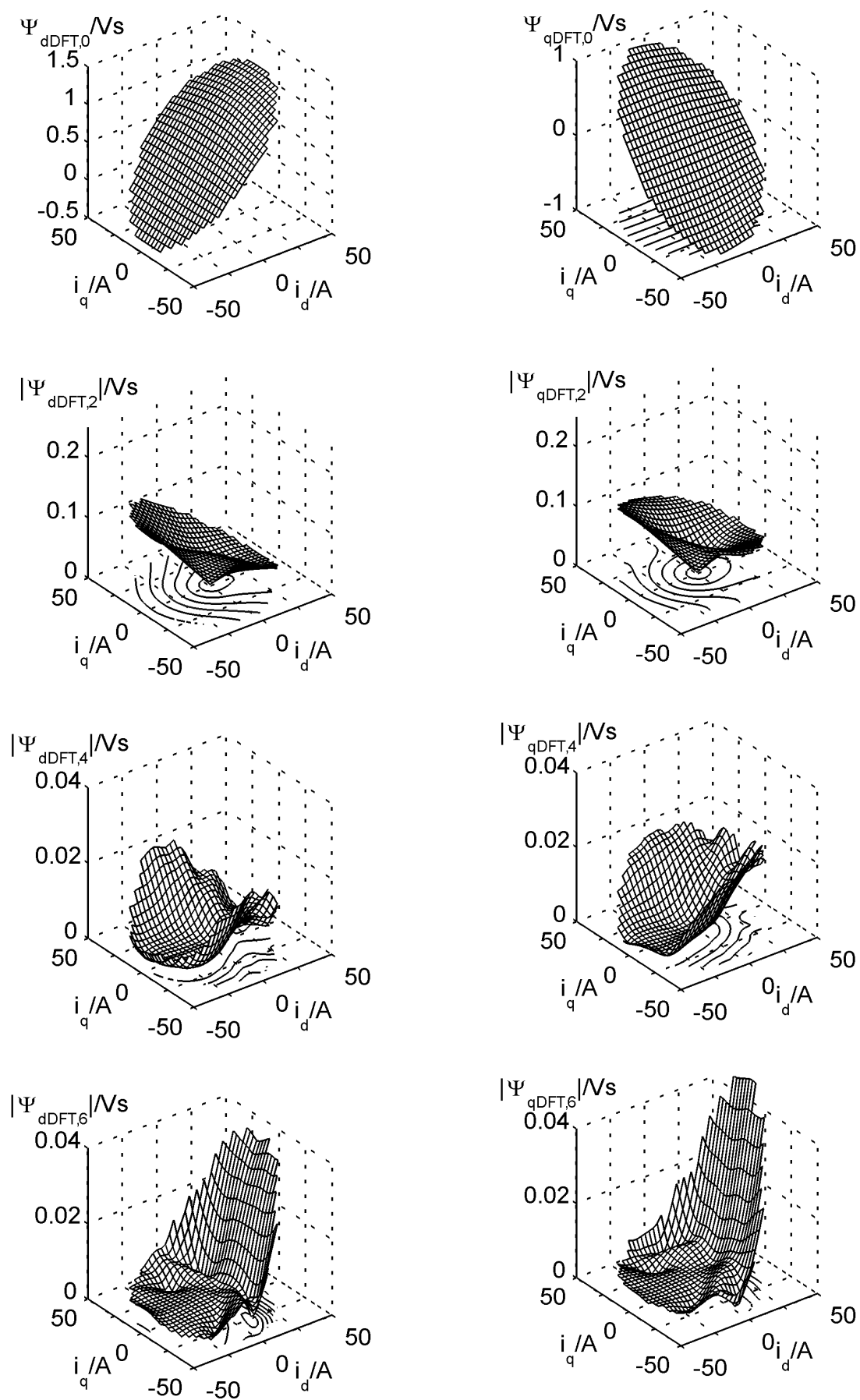


Abb. 34: Beträge der Flussoberwellen in Abhängigkeit von den erregenden Strömen  $\vec{i}_{dq}$

Die Kennfelder der positionsunabhängigen differentiellen Induktivitäten sind denen der FE-Berechnung zwar qualitativ sehr ähnlich, allerdings glatter, mit größeren Selbstinduktivitäten für kleine Ströme und besitzen eine größere Spreizung zwischen Minimal- und Maximalwerten.

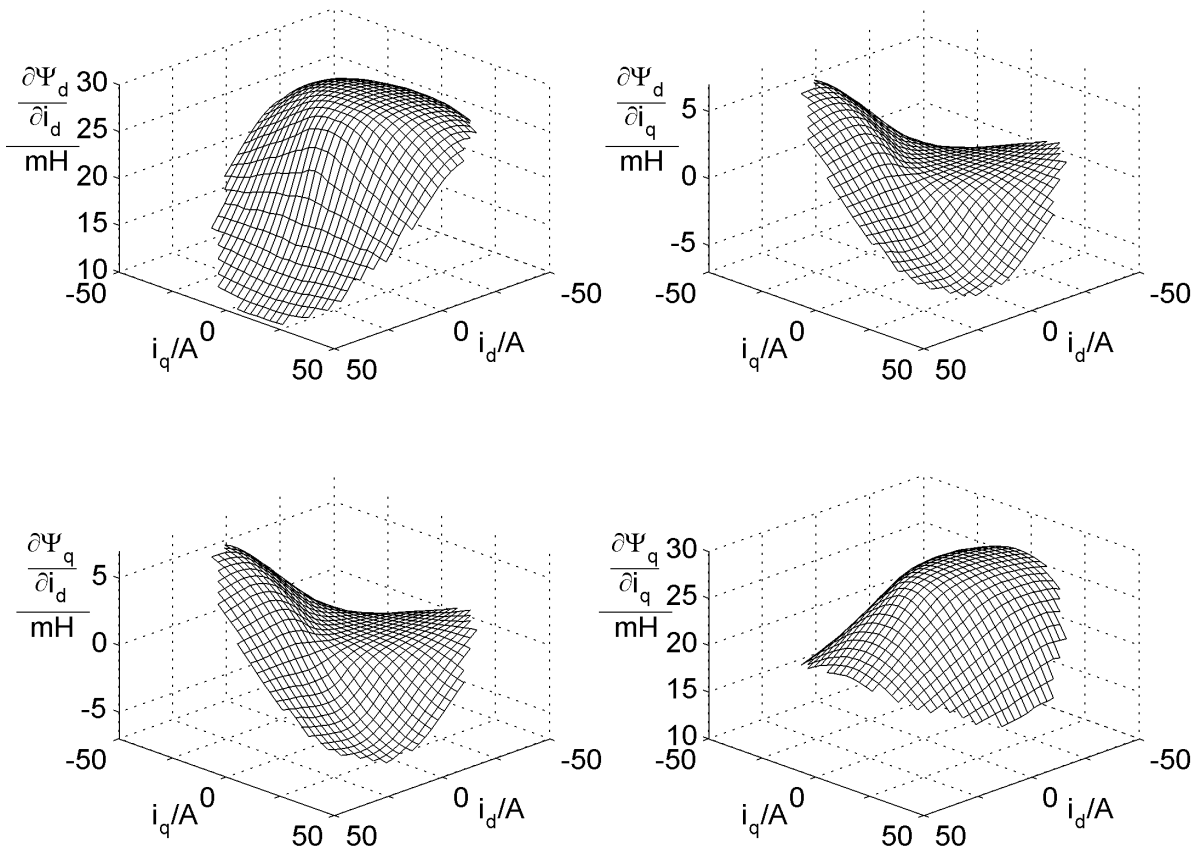


Abb. 35: Kennfelder der positionsunabhängigen differentiellen Induktivitäten  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dqDFT,0}}{\partial \dot{i}_{dq}}$

#### 4.3.2.2 Fehlerquellen und Genauigkeit

Für die Bewertung der Genauigkeit der Messergebnisse muss zwischen zwei Arten von Fehlern unterschieden werden. Einerseits können statistisch verteilte Fehler bei der Aufnahme der Messwerte selber auftreten, andererseits kommt es auch zu systematischen Fehlern, die ihre Ursache in der Abweichung des realen Maschinen- und Umrichtermodells von dem der Berechnung zugrunde liegenden angenäherten Modell haben.

Zur ersten Gruppe gehören Strom- und Spannungsfehler bei der Messwertaufnahme. Zwar sind die Strom und Spannungswandler geeicht und bei jeder Initialisierung wird ein Offset ausgemessen und anschließend kompensiert, trotzdem entstehen bei der Analog-Digital-Wandlung durch die Amplitudenquantisierung Messfehler. Je kleiner die Stromänderungen, desto ausgeprägter ist das Quantisierungsrauschen als Fehlerquelle. Bei geeignet gewählter Abtastfrequenz sind diese Fehler aber deutlich kleiner als die systematischen Fehler.

Die vom Wechselrichter während eines transienten Vorgangs erzeugte Ausgangsspannung weicht um die Durchlassspannungsfälle der Leistungshalbleiter von der ideal angenommenen Ausgangsspannung ab. Diese Fehler im Bereich weniger Volt sind im Vergleich zur effektiv wirksamen Spannung von mehreren Hundert Volt vernachlässigbar.

Dagegen ist die Vernachlässigbarkeit von Wirbelströmen im Eisen nicht zwangsläufig gegeben. Zwar ist das Primärteil geblecht ausgeführt, was zur Folge hat, dass der wirksame Widerstand, der einen dort fließenden Wirbelstrom bedämpft, groß ist. Ein Wirbelstrom im Primärteil besitzt daher eine sehr kleine Abklingzeitkonstante und ist sehr klein. Im massiven Stahlsekundärteil können sich aber durchaus merkliche Wirbelströme ausbilden. Diese sind nach der bekannten LENZschen Regel so gerichtet, dass sie die Flussverkettung aufrecht zu erhalten suchen. Diese Wirbelströme führen transient für kurze Spannungspulse zu einer kleineren Induktivität, der sogenannten subtransienten Induktivität, was sogar bewusst eingesetzt wird, um die Maschinendynamik zu erhöhen [76]. Auch für die untersuchten Transienten im Primärstrom, die von längeren Spannungspulsen getrieben werden, bedeutet dies eine wirksame Induktivität, die nicht allein vom Klemmenstrom  $\vec{i}_{dq}$  und der Position abhängt, sondern auch von einem darüber hinaus magnetisierenden Wirbelstrom, dessen Richtung im Wesentlichen von der an den Klemmen anliegenden Spannung abhängt.

Verschiedene Transiente im Strom können nur dann gemeinsam zur Induktivitätsableitung entsprechend dem vorhergehenden Abschnitt herangezogen werden, wenn der Anteil des Wirbelstroms am magnetisierenden Strom vernachlässigbar ist – die Ergebnisse der Induktivitätsableitungen sind dann unabhängig von der Richtung der eingepprägten Spannungsvektoren. Diese Näherung wurde ursprünglich in Abschnitt 4 vorausgesetzt und soll nun rückwirkend anhand der Messergebnisse gerechtfertigt werden.

Die Induktivitäten wurden anhand von Transienten aufgrund der Spannungsvektorpaare  $(\vec{V}_2, \vec{V}_3), (\vec{V}_2, \vec{V}_6), (\vec{V}_3, \vec{V}_5), (\vec{V}_5, \vec{V}_6)$  ermittelt. Dabei ergaben die verschiedenen Auswertungen erwartungsgemäß nur marginal unterschiedliche Ergebnisse. Eine Fehlerabschätzung für die differentiellen Selbstinduktivitäten wurde für die elektrische Position  $\theta = 0$  durchgeführt. Dabei wurden die Selbstinduktivitäten, die sich für verschiedene Paare von Spannungsvektoren ergeben, mit dem arithmetischen Mittelwert aller Auswertungen verglichen :

$$\left| \frac{\frac{\partial \Psi_{\kappa}}{\partial i_{\kappa}} \Big|_{(\vec{V}_j, \vec{V}_k)} - \overline{\frac{\partial \Psi_{\kappa}}{\partial i_{\kappa}}}}{\overline{\frac{\partial \Psi_{\kappa}}{\partial i_{\kappa}}}} \right| < 5\% \quad \kappa = \alpha, \beta \wedge \overline{\frac{\partial \Psi_{\kappa}}{\partial i_{\kappa}}} = \frac{\sum \frac{\partial \Psi_{\kappa}}{\partial i_{\kappa}} \Big|_{(\vec{V}_j, \vec{V}_k)}}{4}; \quad (\vec{V}_j, \vec{V}_k) \in \left\{ \begin{array}{l} (\vec{V}_2, \vec{V}_3), (\vec{V}_2, \vec{V}_6), \\ (\vec{V}_3, \vec{V}_5), (\vec{V}_5, \vec{V}_6) \end{array} \right\} \quad (64)$$

Für die Abschätzung ergab sich ein kaum signifikanter Zusammenhang zwischen den verwendeten Spannungsvektoren und den sich ergebenden Induktivitäten, die Abwei-

chungen vom arithmetischen Mittelwert waren stets kleiner, meistens sogar wesentlich kleiner als 5%, sodass die Vernachlässigung von Wirbelströmen im flussführenden Eisen und Stahl näherungsweise gerechtfertigt ist.

Vergleicht man die Ergebnisse der magnetostatischen FE-Berechnung mit denen der Messung, so sind sie qualitativ sehr ähnlich, allerdings liegen die relativen Fehler der positionsabhängigen Flüsse ausgenommen für starke Feldschwächung im Bereich um 5%. Die relativen Fehler der Selbstinduktivitäten, der partiellen Ableitungen des Flusses, sind noch größer und liegen im interessierenden Bereich<sup>6</sup> bei maximal 13%. Abb. 36 stellt die relativen Fehler graphisch dar. Außerhalb des Darstellungsbereichs des relativen Fehlers, z.B. an Unstetigkeitsstellen, kommt es zu „Lücken“ in der Darstellung.

Die gemessenen Induktivitäten konnten in stichpunktartigen Tests mit Drehspannungserregung ( $\leq 250$  Hz, festgebremste Maschine) als gut übereinstimmend bestätigt werden.

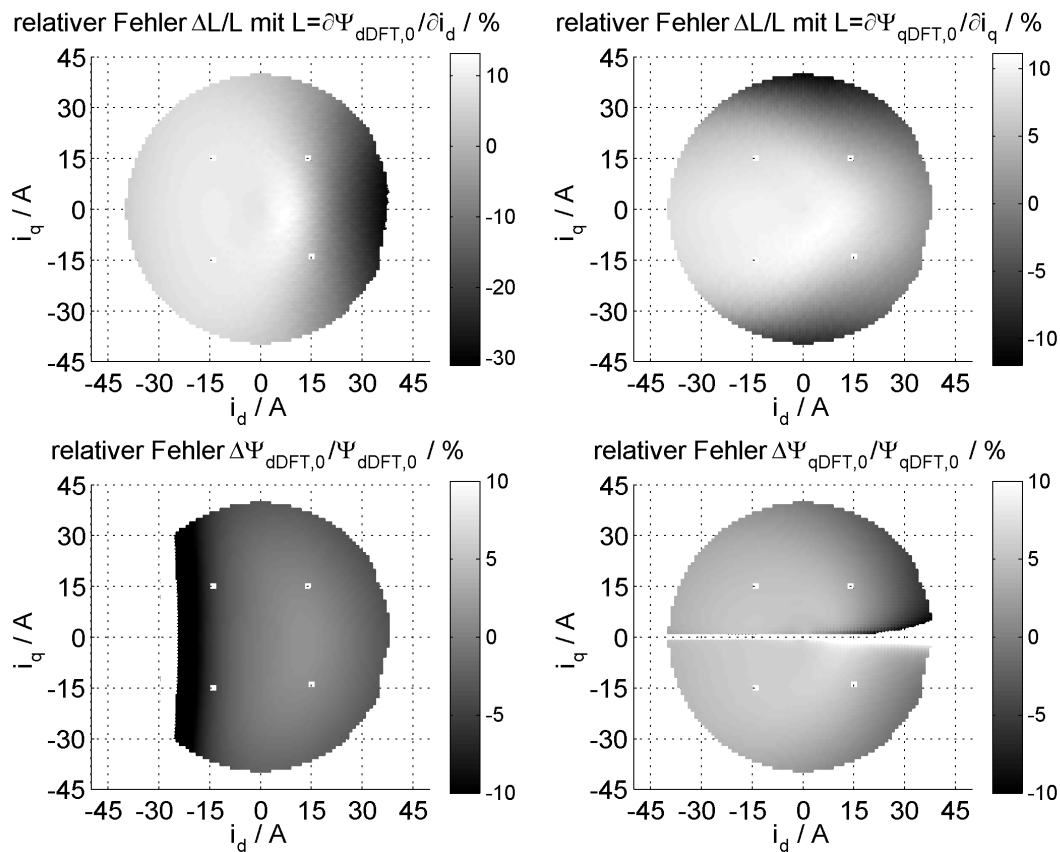


Abb. 36: Relative Fehler der berechneten zu den gemessenen Selbstinduktivitäten und Flüsse:

$$\left| \frac{\Delta \frac{\partial \Psi_{dDFT,0}}{\partial i_d}}{\frac{\partial \Psi_{dDFT,0}}{\partial i_d}} \right| < 10\% \quad \left| i_d < 20A; \quad \left| \frac{\Delta \frac{\partial \Psi_{qDFT,0}}{\partial i_q}}{\frac{\partial \Psi_{qDFT,0}}{\partial i_q}} \right| < 10\%, \quad \left| \frac{\Delta \Psi_{qDFT,0}}{\Psi_{qDFT,0}} \right| < 7\% \quad \forall i_d, i_q; \quad \forall i_d, i_q; \quad \left| \frac{\Delta \Psi_{dDFT,0}}{\Psi_{dDFT,0}} \right| < 5\% \quad \left| i_d > -15A \right.$$

<sup>6</sup> keine massive Verstärkung oder Schwächung des Felds der Permanentmagnete



### 4.3.2.2.3 Weitere Anmerkungen

Das vorgestellte Verfahren zur Induktivitäts- und Flussmessung minimiert den Einfluss der umrichterbedingten Spannungsfälle, indem eine Klemmenspannung verwendet wird, die im Vergleich zu diesen groß ist. Da der Umrichter dazu nicht gepulst betrieben wird, entfallen Spannungsfehler aufgrund der wirksamen Totzeiten in der Ansteuerung vollständig. Je schneller die transienten Vorgänge erfolgen, d.h. je größer die angelegte Spannung ist, desto größer sind aber die induzierten Wirbelströme im flussführenden Eisen. Das vorgestellte Verfahren eignet sich nur für den Fall, dass Wirbelströme vernachlässigbar sind. Der Einfluss der Hysterese lässt sich durch Mittelwertbildung von Messergebnissen aufgrund von Messvorgängen in entgegengesetzte Stromrichtungen reduzieren. Nun hätte auch direkt (57) für Spannungspulse hoher Amplitude verwendet werden können, die den Strom aus dem stromlosen Zustand auslenken, um den Fluss als Integral der anliegenden transformatorischen Spannung für einen bestimmten Wicklungsstrom zu ermitteln. In diesem Fall hätte aber keine direkte Möglichkeit bestanden, den Einfluss der Wirbelströme abzuschätzen, und der Einfluss von Hysterese hätte nicht reduziert werden können. Will man sich hier nicht auf nur sechs Magnetisierungsrichtungen (vgl. Abb. 30) beschränken, so muss der Wechselrichter außerdem getaktet betrieben werden.

Die beschriebene Methode weist Ähnlichkeit mit dem sogenannten INFORM-Verfahren [77] auf. Bei diesem Verfahren wird eine positionsabhängige Reluktanz zum Zweck der sensorlosen Regelung ermittelt. Dazu wird der geregelte Betrieb bei nicht festgebremster Maschine zyklisch unterbrochen, um eine Messreihe durchzuführen. Kurz nacheinander werden aktive Spannungsvektoren verschiedener Richtung (vgl. Abb. 30) geschaltet, um aus der Änderung der Ströme auf eine magnetische Anisotropie und daraus auf die Position zu schließen. Das Verfahren zielt eher darauf ab, eine magnetische Vorzugsrichtung zu finden als darauf, die Induktivitäten detailliert zu messen. Soll sich der Arbeitspunkt während des Messzyklus nur gering verändern, muss die Maschine mit möglichst kurzen Spannungspulsen beaufschlagt werden. Auf diese Weise lassen sich die Induktivitäten des dreisträngigen Systems mit isoliertem Sternpunkt bestimmen. Für jeden der eingesetzten Spannungsvektoren ergeben sich zwei Gleichungen (65), sodass sich für die drei Spannungsrichtungen insgesamt sechs unabhängige Gleichungen zur Lösung von sechs unbekanntem Induktivitäten ergeben.

$$\begin{pmatrix} \frac{di_A}{dt} & \frac{di_B}{dt} & 0 & \frac{d(i_B-i_A)}{dt} & -\frac{d(i_A+i_B)}{dt} & \frac{d(i_A+i_B)}{dt} \\ 0 & \frac{di_B}{dt} & \frac{d(i_A+i_B)}{dt} & \frac{di_A}{dt} & -\frac{di_A}{dt} & -\frac{d(i_A+2i_B)}{dt} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_A} \\ \frac{\partial \Psi_B}{\partial i_B} \\ \frac{\partial \Psi_C}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_B} \\ \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi_B}{\partial i_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{AB} \\ u_{BC} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R_A & -R_B & 0 \\ 0 & R_B & -R_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix} \quad (65)$$

Leider werden u.U. Transiente im Strom aufgrund kurzer Spannungspulse durch die analoge Filterung signifikant verfälscht, was letztlich zu falschen Induktivitäten führen würde.

#### 4.4 Simulation des Antriebssystems

Das mit den Kennfeldern parametrierbare Modell des Antriebs gestattet eine detailgetreue Simulation. So konnten mit dem verwendeten Simulationsmodell geeignete adaptive Regelverfahren und Verfahren zur sensorlosen Regelung, die einerseits auf Sättigung vertrauen, andererseits u.U. davon beeinträchtigt werden [78], im Sinn von „Rapid Prototyping“ untersucht werden. Verwendet wurde das Simulationstool PECSIM [79]. Das Simulationsprogramm wurde vorwiegend nicht als Netzwerkanalyseprogramm, sondern vielmehr als Zeitschritt-Differenzialgleichungssystem-Löser mit Ereignissteuerbarkeit verwendet. In diesem Fall wird die Maschine mittels der Differenzialgleichung (29) und der Differenzialgleichung des mechanischen Systems (85) implementiert. Die Berücksichtigung der Kennfelder und insbesondere der Flussoberwellen ist optional. Die Ausgangsspannungen des steuernden Wechselrichters ändern sich, ungeachtet realer WR-Spannungsfehler, sprunghaft durch Umschalt-Ereignisse, deren Schaltzeitpunkte im Regelprogramm berechnet werden. In C programmierte Regelroutinen lassen sich als zeitdiskrete Ereignisse in die Simulation einbinden und, abgesehen von den IO-Zugriffen, genauso am Teststand einsetzen. Selbstverständlich hängt die Simulationsdauer von der Detaillierung der implementierten Kennfelder ab. In einer Vergleichssimulation betrug der Zuwachs an Rechenzeit gegenüber dem linearen Modell ohne Berücksichtigung der Flussoberwellen 35-40%, bei Berücksichtigung etwa 90%.

Für eine numerische Optimierung der Geschwindigkeits- und Lageregelung im Zeitbereich (vgl. 5.2.3.2) unter Berücksichtigung der Spannungsbegrenzung wurden der WR und die Maschine als MATLAB/SIMULINK Simulation wie üblich stark abstrahiert: Der WR wurde durch eine Spannungsquelle ersetzt, die den Spannungsmittelwert  $u_q[k]$  pro Abtastintervall konstant ausgibt. Die Maschine wurde linear mit konstanter mittlerer Induktivität in der  $q$ -Achse und eingepprägtem Fluss  $\Psi_d$  angesetzt.

#### 4.5 Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse

Permanentmagnet-Synchronmaschinen mit großem Verhältnis von Summe aus geometrischer Luftspaltweite und Permanentmagnethöhe zu Polteilung erfordern nicht notwendigerweise ein komplexes Läuferflussmodell.

Das dynamische Verhalten magnetisch hoch ausgenutzter Maschinen ist durch eine ausgeprägte Kopplung der Maschinenachsen<sup>7</sup> und Nichtlinearität hinsichtlich des

---

<sup>7</sup> aufgrund der bewegungsinduzierten und v.a. der transformatorischen Spannung

magnetischen Betriebspunkts bestimmt. Eine solche magnetische Nichtlinearität ist im Stromzustandsmodell ausgeprägt, während ein Flusszustandsmodell weitgehend robust gegenüber einer magnetischen Nichtlinearität ist. Für eine Maschine, deren Primärfluss nichtlinear von den Wicklungsströmen und der relativen Position der Permanentmagnete abhängt, lassen sich Zweiachsen-Maschinenmodelle angeben, die sich im Grenzfall verschwindender Sättigung und Reluktanz in die herkömmlichen Grundwellen-Maschinenmodelle überführen lassen.

Die zugehörigen Parameter-Kennfelder lassen sich mit numerischen Methoden bereits während des Maschinenentwurfs hinsichtlich einer stabilen, hochdynamischen Regelbarkeit ausreichend genau bestimmen. Die Berechnungsdauer ist aber u.U. sehr groß<sup>8</sup>.

Messtechnisch lässt sich ein parametrischer „Fingerabdruck“ der individuellen Maschine bestimmen. Es wurde ein Verfahren vorgestellt, mittels dessen die differentiellen Induktivitäten aus den Messergebnissen algebraisch bestimmbar und die verketteten Flüsse daraus ableitbar sind. Es erfordert keinen speziellen Messaufbau und ist robust gegenüber den Fehlerspannungen des Wechselrichters.

Mit den entwickelten Maschinenmodellen und den ermittelten Parameterkennfeldern lassen sich nichtlineare Maschineneigenschaften detailliert simulieren.

---

<sup>8</sup> Intel P4, 2.2Ghz, 768MB RAM: je nach verwendetem Netz acht Tage bis vier Wochen; der in ANSYS 7.1 für die Induktivitäts- und Flussberechnung zwingend erforderliche „Frontal Solver“ nutzt die Festplatte unabhängig vom verfügbaren RAM sehr hoch und den Prozessor vergleichsweise gering aus! Maßgebend für den Speicherplatz ist das verwendete Netz. Es hat sich allerdings gezeigt, dass der energetische Ansatz zur Berechnung von Fluss, Induktivität und Kraft kein sehr engmaschiges Netz erfordert!

## 5 Digitale Regelung

Die digitale Regelung des Linearmotors wird konventionell in Form von kaskadierten Regelkreisen ( Kraft/Strom, Geschwindigkeit und Lage ) ausgeführt. Genauso könnte auch z.B. ein Zustandsregler eingesetzt werden; in der Praxis besitzt die Kaskadenstruktur jedoch gegenüber anderen Realisierungen entscheidende Vorteile [18]. Zum einen kann die Inbetriebnahme der Regelung schrittweise erfolgen, wobei die überlagerten Regelkreise erst geschlossen werden, wenn der jeweils unterlagerte Regelkreis stabil arbeitet. Zum anderen lässt sich der Systemzustand des jeweils inneren Regelkreises durch geeignete Sollgrößenvorgabe des überlagerten Regelkreises auf seinen betriebssicheren Bereich begrenzen. Des Weiteren lassen sich die Auswirkungen von Nichtlinearitäten weitgehend auf die Regelschleife begrenzen, in der die Nichtlinearität jeweils auftritt. Dazu müssen in geeigneter Weise Maßnahmen ergriffen werden, die zur weitgehenden Linearisierung der Schleife führen.

Den Vorteilen steht allerdings der Nachteil entgegen, dass die überlagerten Regelkreise an Dynamik einbüßen. So vergrößert sich die Ersatzzeitkonstante mit jeder weiteren überlagernden Regelschleife um den Faktor zwei [18]. Bei Anwendung der Vorsteuerung von Geschwindigkeit und Kraft beeinträchtigt dieser Verlust an Dynamik das Führungsverhalten des Antriebs jedoch nicht. Hierauf soll in Abschnitt 5.3.2 detailliert eingegangen werden.

Aufgrund der genannten Vorteile ist die Kaskadenregelung nach wie vor die dominierende Struktur im Werkzeugmaschinenbau. Dabei sind die Abtastzeiten der einzelnen Regelkreise i. Allg. nicht gleich. Für ein gutes Störverhalten ist eine hohe Abtastfrequenz anzustreben, wobei dann eine erhöhte Rechenleistung des Regelrechners in Kauf genommen werden muss. Ist die Abtastzeit die maßgebende Zeitkonstante einer linearen Strecke ( z.B. Rechentzeit ), so nimmt mit steigender Abtastfrequenz der Bereich im Zustandsraum ab, in dem ein linearer Regler die Stellgrößenbegrenzungen einhält [31]. Wird die Stellbegrenzung dann nicht geeignet berücksichtigt, so kann die Regelung z.B. bei Großsignalführungssprüngen oder infolge von Störgrößen zu nichtlinearen Schwingungen neigen.

Unter Umständen muss die Stellgrößenbegrenzung gesondert berücksichtigt werden. Im einfachsten Fall wird dazu lediglich ein „Wind-up“ der Reglerintegralanteile vermieden [80]. In [81] wird dagegen vorgestellt, wie die lineare Regelung durch ein Zusatznetzwerk zu modifizieren ist, das das Führungssignal zurücknimmt, wenn die Begrenzung anspricht. So wird eine sehr gute Störunterdrückung und Führungsdynamik ohne Anregung nichtlinearer Schwingungen aufgrund einer Übersteuerung des Reglers erzielt.

Das Verfahren eignet sich aber nur bei einer isolierten Nichtlinearität bzw. Begrenzung. Insbesondere in kaskadierten Regelkreisen, bei denen in einer inneren Regel-

schleife eine Stellgrößenbegrenzung anspricht, entsteht eine nichtlineare Verkopplung der kaskadierten Regelkreise. Hinsichtlich der Linearität der Regelkreise sollten Fälle vermieden werden, in denen sich z.B. der Stromsollwert so schnell ändert, dass eine Spannung notwendig ist, die höher als die Spannungsgrenze des Wechselrichters ausfällt. Für eine möglichst gute Störkraftunterdrückung wird für alle drei Regelkreise Lageregelkreis, Geschwindigkeitsregelkreis und kraftbildender Regelkreis eine Abtastfrequenz von 8 kHz gewählt.

Abschnitt 4.3 hat gezeigt, dass die Maschinenparameter aufgrund von Unsymmetrie und vor allem Sättigung stark von den Zustandsgrößen abhängen. Bei der untersuchten Maschine tritt neben der Kopplung der Maschinenachsen aufgrund der bewegungsinduzierten Spannung insbesondere eine Kopplung im dynamischen Betriebsverhalten durch die transformatorische Spannung in den Vordergrund. Die Maschinenregelung wurde

- konventionell als Kaskadenregelung ausgeführt, wobei
- kraftbildende Regelkreise von unterschiedlicher Art und Dynamik geeignet linearisiert und ggf. Parameter adaptiert wurden.

Die Wahl der geeigneten Abtastfrequenz und Regelstruktur für die kraftbildende Regelung ist nicht nur durch die Stellgrößenbegrenzung und die Anforderungen an die Dynamik, sondern auch im Hinblick auf die zu erzielende dynamische Genauigkeit bei Modellfehlern beschränkt. In diesem Abschnitt werden diese Zusammenhänge ausführlich dargestellt, wobei die Zielsetzung durchweg auf ein hochdynamisches Regelverhalten des gesamten Antriebs mit hoher statischer und dynamischer Genauigkeit gerichtet war. Demzufolge wurden geeignete Regelungs- und Beobachterstrukturen für die überlagerten Zustandsgrößen Lage und Geschwindigkeit in die Untersuchungen mit einbezogen.

## 5.1 Steuerung der Vorschubkraft durch Regelung der elektrischen Größen

In der Regel kommt für permanenterregte Synchronmaschinen eine Läuferflussorientierte Regelung zum Einsatz. Dabei wird die Vorschubkraft  $F_{\text{mech}}$  gesteuert, indem der mit der Wicklung verkettete Fluss und dessen „kraftbildende“ Komponente bzw. die „kraftbildende“ Komponente des Wicklungsstroms geregelt wird. Für die Bestimmung geeigneter Sollwerte für permanent erregte Synchronmaschinen wählt man in der Regel entweder einen konstanten verketteten Fluss [56,82,83,84,85,86,87] oder einen minimalen Wicklungsstrom [19,38,54,55,80,82,88]. Im ersten Fall wird immer der gleiche, optimale Betriebsbereich der Magnetisierungskennlinie eingehalten, während der zweite Fall zum Verlustoptimum führt.

Da in Werkzeugmaschinen mit Linearmotor oft dessen Primärteil an zentraler Stelle die Hauptwärmequelle ist, muss die Wärmeentwicklung so gering wie möglich gehalten werden. Obwohl sich konstruktiv eine gute Wärmeableitung mit Wasserkühlung

bei optimierter Wahl der Kühlkanäle erreichen [89] lässt, ist es besonders bei nicht optimaler Wärmeabführung wichtig, die Maschine mit maximalem Wirkungsgrad, d.h. verlustoptimal zu betreiben. Gleichung (25a) zeigt, dass die Stromwärmeverluste für gleiche ohmsche Strangwiderstände proportional zum Betragsquadrat des Wicklungsstroms  $i_A^2 + i_B^2 + i_C^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 (i_\alpha^2 + i_\beta^2) = \left|\frac{3}{2} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta}\right|^2$  sind. Um gleichzeitig die Stromrichterverluste gering zu halten, gilt es, das Verhältnis  $|F|/|\vec{i}|$  für alle Strombeträge zu maximieren. Für schwach gesättigte Maschinen mit Oberflächenmagneten prägt man dazu lediglich eine „kraftbildende“ Stromkomponente  $i_q$  in die Querachse ein, während die „feldbildende“ Stromkomponente  $i_d$  zu 0 geregelt wird [56,82]. In gesättigten Maschinen ist diese Bestromung nicht optimal, sodass der Zusammenhang zwischen Vorschubkraft und Strom hier genauer untersucht werden musste [61]. Dabei kann die Vorschubkraft entweder unter Berücksichtigung von (47) aus (28) für die gemessenen Flusskennfelder berechnet oder direkt mit einem Kraftsensor gemessen werden. Zur Messung wurde das Primärteil mit dem Kraftsensor spielfrei festgestellt, sodass die Wirkungslinie der Kraft mit der Messrichtung des Kraftsensors zusammenfiel (vgl. Abb. 37).

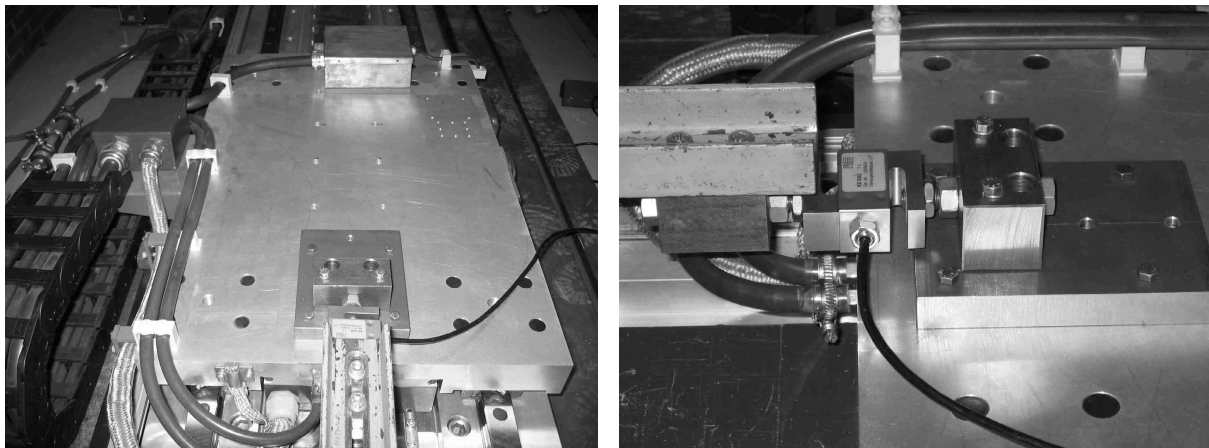


Abb. 37: spielfreie Feststellung des Linearmotor-Primärteils durch Verschraubung mit dem Kraftsensor ( ME-Messsysteme, Typ KD9363s )

Während der Messung an jeweils äquidistant verteilten Positionen wurde für bestimmte Ströme  $i_d$  jeweils der Strom  $i_q$  schrittweise variiert. Hystereseeffekte ließen sich ausschließen, indem die schrittweise Veränderung von  $i_q$  in beide Richtungen erfolgte und die sich ergebenden Messwerte anschließend gemittelt wurden. Die ohne Strom wirkende Kraft konnte nicht mitgemessen werden, da sie kleiner als die Reibungskraft ist und der Kraftsensor an jeder Messposition zunächst mit Null abgeglichen wurde.

Auch hier lässt sich die Kraft als eine Fourierzerlegung (51) mit einer Gleichkomponente und Oberwellen entsprechend (50) darstellen.

Die Vorschubkraft wird in der Regel aus Gründen einer einfachen Steuerung als positions-unabhängige Kraft angenommen, die nur vom eingepprägten Strom abhängt. Wird die Kraft aus den gemessenen Flusskennfeldern berechnet, so weicht diese von den

direkt und statisch gemessenen Kräften um maximal 2% ab. Die Kraftoberwellen der Maschine aufgrund von Nutung, Wicklungsunsymmetrie oder Längsrandeffekt sind zwar i. Allg. abhängig von Strom und Position, sie werden dennoch der Störkraft zugeordnet und bei genauer Kenntnis u.U. vorgesteuert [88,90]. Dieses Vorgehen ist zulässig, da die positionsunabhängige Kraft die „parasitär“ erzeugten Kräfte in der Regel bei Weitem überwiegt. Dazu vergleiche man Abb. 38. Sie zeigt die positionsunabhängige Kraftkomponente  $F_{\text{DFT},0}$ , die im Wesentlichen vom Strom  $i_q$  abhängt, sowie die Beträge der Harmonischen  $F_{\text{DFT},2}$ ,  $F_{\text{DFT},4}$  und  $F_{\text{DFT},6}$ .

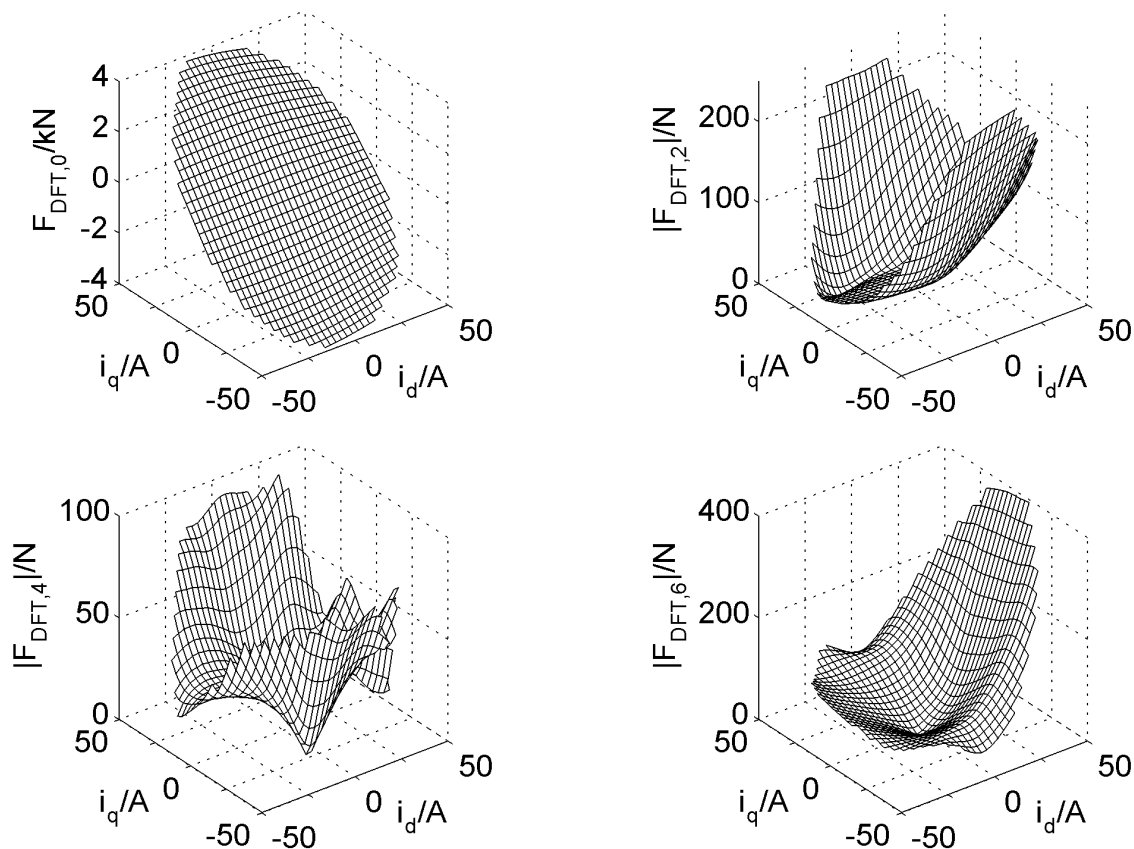


Abb. 38: Gemessene Gleichkomponente und Oberwellenamplituden der Vorschubkraft nach (50)

Die Bilder geben Aufschluss darüber, dass neben der positionsunabhängigen Kraftgleichkomponente  $F_{\text{DFT},0}$  für kleine Ströme  $i_d$  und alle Ströme  $i_q$   $F_{\text{DFT},2}$  und  $F_{\text{DFT},6}$  dominant sind. Mit wachsendem  $i_d$  nimmt der Betrag der 6. Harmonischen stark zu, während die positionsunabhängige Kraftkomponente kaum beeinträchtigt wird. Trotz genauer Kenntnis der Kraftoberwellen sollten diese in der Regelung der Störkraft zugeordnet und diese beobachtet und vorgesteuert werden. Dieser Ansatz wurde aufgrund der niedrigen maximalen Grund- und daraus folgenden niedrigen Störfrequenz ( $f_6 \leq 6 \cdot 26,67 \text{ Hz}$  bei  $v_{\text{max}} \leq 2,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ) des Direktantriebs untersucht und erfordert dann einen Störbeobachter mit ausreichender Bandbreite!

Abb. 39/links zeigt den auf den Betrag des Wicklungsstroms  $|\vec{i}_{dq}|$  bezogenen Betrag der positionsunabhängigen Vorschubkraft und rechts die Vorschubkraft selber. In der

Ebene  $\left| \frac{F_{\text{DFT},0}}{\vec{i}_{dq}} \right| = 0 \frac{\text{N}}{\text{A}}$  bzw.  $F_{\text{DFT},0} = -5 \text{ kN}$  sind die Höhenlinien und insbesondere die Ströme  $\vec{i}_{dq} = \vec{i}_{opt}$  für verlustoptimale Steuerung eingezeichnet. Diese Strom-Steuerkennlinie  $\vec{i}_{opt}$  schneidet die Höhenlinien rechtwinklig. Sie wird in Abschnitt 5.1.7 als Block in eine kraftbildende Regelungsstruktur integriert.

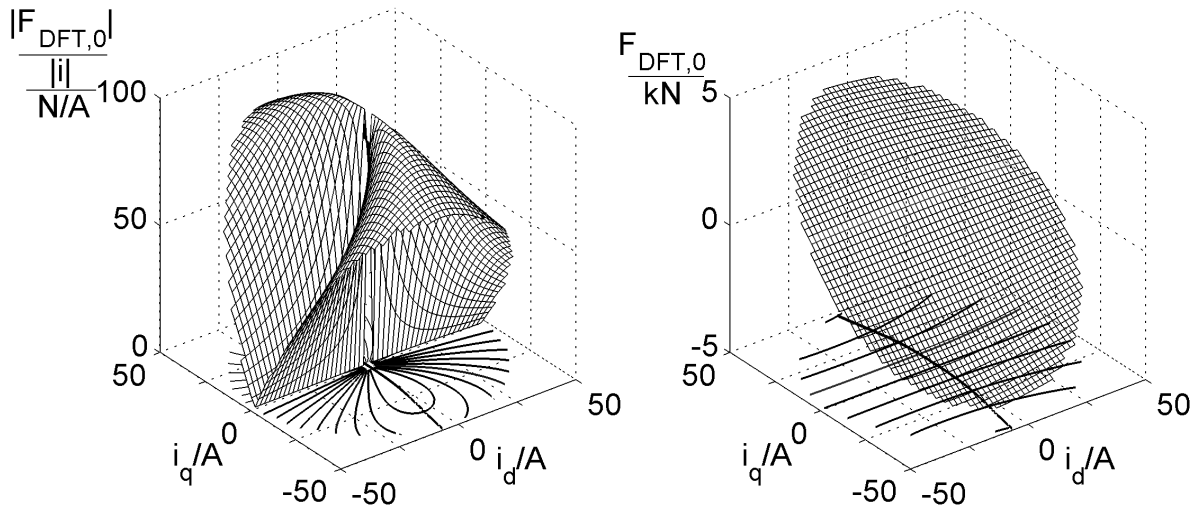


Abb. 39: links: Betrag der positionsunabhängigen Kraftkomponente bezogen auf den Betrag des Wicklungsstroms; rechts: positionsunabhängige Kraftkomponente

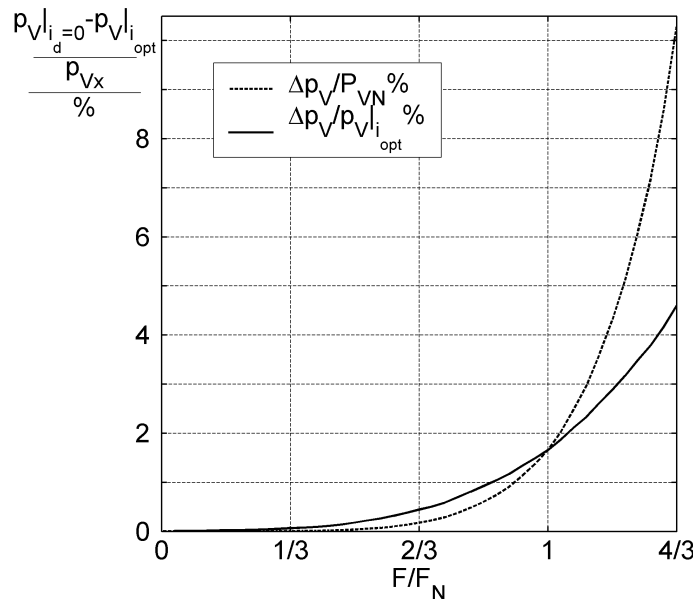


Abb. 40: Bezogene Differenz der Motor-Stromwärmeverluste zwischen Steuerung mit  $i_d=0$  und mit  $\vec{i}_{opt}$  (Bezugsgröße sind entweder die Momentan- oder die Nennstromwärmeverluste bei optimaler Steuerung)

Abb. 40 vergleicht die Steuerung mit optimiertem Strom  $\vec{i}_{opt}$  mit der Steuerung mit ausschließlich  $q$ -Strom ( $i_d=0$ ), wie sie oft als verlustoptimal angenommen wird. Die Differenz der Motor-Stromwärmeverluste für beide Steuerungen ist in Bezug auf die Motor-Stromwärmeverluste bei optimaler Steuerung sowohl für den jeweiligen Betriebspunkt als auch für Nennbetrieb über der Kraft aufgetragen. Bei einer Vorschubkraft von  $4/3 \cdot F_N$  ergeben sich bei Steuerung mit  $i_d=0$  knapp 5% höhere Motor-



Stromwärmeverluste als bei exakt optimiertem Strom  $\vec{i}_{dq} = \vec{i}_{opt}$ !

Zur Regelung des Wicklungsstroms werden konventionell PI-Regler [18] eingesetzt. Sie zeichnen sich zwar durch gute Robustheit gegenüber Parameterfehlern aus, zeigen aber nur eine begrenzte Dynamik. Für hohe Dynamik eignet sich ein Deadbeat-Regler mit minimaler Einstellzeit, der zur Gattung der linearen Regler mit endlicher Einstellzeit [30,32] zählt. Basierend auf einem genauen Modell berechnet die Regelung die notwendige Stellgröße, um die Regelabweichung innerhalb eines Abtastzyklus exakt auszuregulieren ( Die minimale Einstellzeit ist die Systemordnung mal der Abtastzeit; die entkoppelten Achsen des Strommodells besitzt jeweils die Ordnung eins. ). Solche Regler führen zu einer höheren Ausnutzung und rascheren Stellgliedbegrenzung und besitzen erwartungsgemäß ein geringeres Maß an Robustheit.

Im Weiteren sollen verschiedene Regler auf die untersuchte Maschine mit ihrer ausgeprägten Abhängigkeit der Modellparameter vom Betriebspunkt angewandt werden. Dabei wird herausgestellt, inwieweit sie sich hinsichtlich

- Robustheit und
- Dynamik

unterscheiden. Für die untersuchten linearen Regelungen wird

- die Notwendigkeit für geeignete Maßnahmen zur Anpassung an ein nichtlineares Maschinenmodell,
- die Ausführung als parameteradaptive Regelung, sowie
- die jeweilige Eignung für verschiedene Abtastfrequenzen

dargestellt.

Zunächst sei aber noch eine Überlegung zum Umgang mit verschiedenen Koordinatensystemen angestellt.

### 5.1.1 Koordinatentransformation der Stellsignale

Da die Fluss- und Induktivitätskennfelder in  $dq$ - Koordinaten weitestgehend konstant sind, eignet sich das synchrone  $dq$ - Koordinatensystem für die Regelung besonders. Aufgrund der Tatsache, dass die Berechnung der Regelung einiger Zeit bedarf, müssen die berechneten Stellgrößen ( im Gegensatz zu den Istwerten ) bei der Transformation geeignet korrigiert werden. Der Wechselrichter wird mit einer Raumzeigermodulation [91] getaktet betrieben. Dabei erfolgt die Abtastung immer in der Mitte eines Nullvektors zu Beginn eines Stellintervalls  $t = k \cdot T_A$  von der Dauer einer halben Schaltperiode. Anschließend wird mit dem Regelalgorithmus die im nächsten Stellintervall  $[(k+1) \cdot T_A; (k+2) \cdot T_A]$  im Mittel einzuprägende Spannung berechnet. Dieses Timing von Abtastung, Reglerberechnung und PWM ist in Abb. 41 dargestellt.

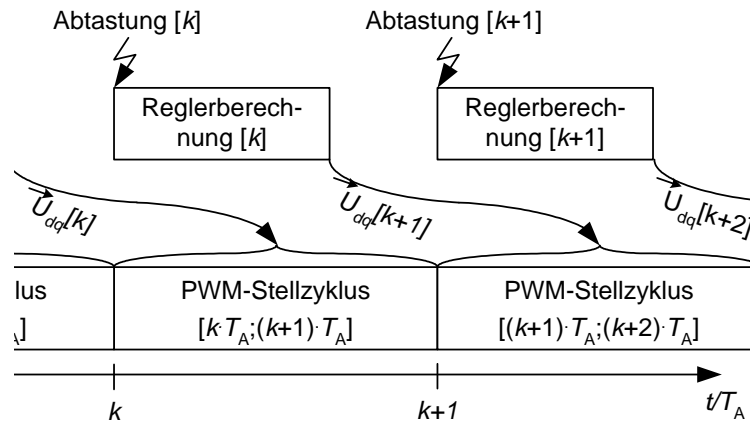


Abb. 41: Timing von Abtastung, Reglerberechnung und PWM

Bei der Ermittlung der Spannung in am Sekundärteil orientierten  $dq$ -Koordinaten geht die Regelung davon aus, dass die berechnete Spannung auch in  $dq$ -Koordinaten eingestellt wird. Tatsächlich muss sie aber zunächst in am Primärteil orientierten  $\alpha\beta$ -Koordinaten transformiert werden, um daraus die Spannungsvektoren und Schaltzeitpunkte der PWM zu ermitteln. Bewegt sich das Sekundärteil mit der Geschwindigkeit  $v$ , die einer elektrischen Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{el} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{\tau_p}$  entspricht, so muss diese Bewegung bei der Transformation berücksichtigt werden [92,93]. Gleichung (66) zeigt die mittlere Spannung in  $\alpha\beta$ -Koordinaten während des Stellintervalls  $[(k+1) \cdot T_A; (k+2) \cdot T_A]$  für eine als konstant angenommene elektrische Winkelgeschwindigkeit  $\omega_{el}$ . Die Annahme einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ist i. Allg. zulässig, da sich die mechanischen Zustandsgrößen gegenüber den elektrischen nur langsam verändern. Aus Gründen der Übersichtlichkeit bei der Integration sind die Spannungen hier als komplexe Raumzeigergrößen  $\underline{u}_{dq} = u_d + j \cdot u_q$  [52] angegeben.

$$\begin{aligned} \underline{u}_{\alpha\beta}[k+1] &= \frac{1}{T_A} \int_{T_A}^{2T_A} \underline{u}_{dq}[k+1] \cdot e^{j\omega_{el}\cdot\tau + j\theta[k]} d\tau = \frac{\underline{u}_{dq}[k+1]}{T_A} \int_{-\frac{T_A}{2}}^{\frac{T_A}{2}} e^{j\omega_{el}\cdot(1.5T_A + \tau) + j\theta[k]} d\tau = \\ &= \underbrace{\frac{2 \cdot \sin\left(\frac{\omega_{el} \cdot T_A}{2}\right)}{\omega_{el} \cdot T_A}}_{k_\Delta} \cdot e^{j \cdot 1.5 \cdot \omega_{el} \cdot T_A} \cdot e^{j \cdot \theta[k]} \cdot \underline{u}_{dq}[k+1] = k_\Delta \cdot e^{j \cdot \Delta\theta} \cdot e^{j \cdot \theta[k]} \cdot \underline{u}_{dq}[k+1] \end{aligned} \quad (66)$$

Bei der Transformation ist die Amplitude des Spannungszeigers mit einem Korrekturwert  $k_\Delta$  zu skalieren und um einen Korrekturwinkel  $\Delta\theta$  gegenüber der aktuellen Raumzeigerphasenlage  $\theta[k]$  zu verdrehen.

Abb. 42 zeigt die notwendigen Winkel- und Amplitudenkorrekturwerte als Funktion von  $\omega_{el} \cdot T_A$ . Die maximalen Korrekturwerte ergeben sich bei einer bestimmten Abtastzeit  $T_A$  für die maximale elektrische Kreisfrequenz  $\omega_{el}|_{Max}$  die beim Linearmotor

$\frac{\pi}{\tau_p} \cdot v_{max} \geq \omega_{el}$  entspricht.

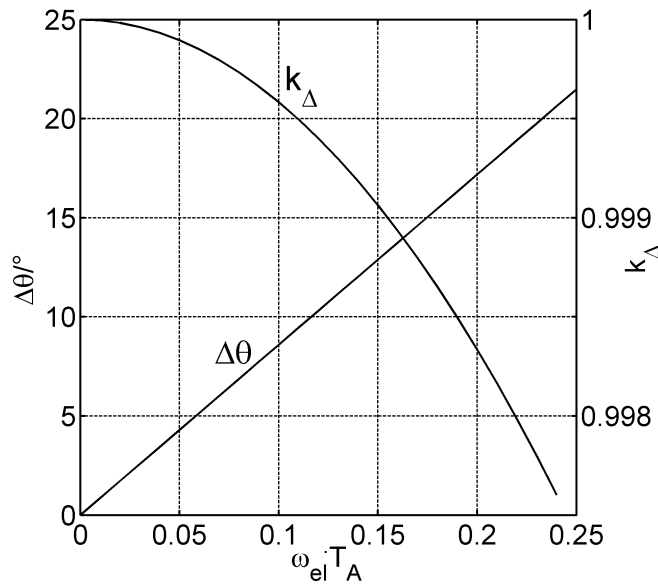


Abb. 42: Winkel- und Amplitudenkorrekturwerte

Obwohl Linearmotoren langsam laufende Maschinen sind, ist die Winkelkorrektur notwendig. Dagegen ist die Amplitudenkorrektur, wenn überhaupt, nur bei elektrisch schnell laufenden Maschinen mit großer Abtastzeit notwendig. Bei einer maximalen Geschwindigkeit  $v_{\max}=2$  m/s und der Polteilung  $\tau_p = 37,5$  mm ergeben sich für eine maximale Abtastzeit von  $500 \mu\text{s}$  die maximalen Korrekturwerte zu  $\Delta\theta = 7,2^\circ$  und  $k_\Delta = 0,9997$ .

### 5.1.2 Diskretisierung der Regelstrecke

Vernachlässigt man in Gleichung (24), dass der ohmsche Wicklungswiderstand i. Allg. betriebspunktabhängig von der Temperatur und so möglicherweise auch unsymmetrisch ist, so ergibt sich (67).

$$\vec{u}_{dq} = R_1 \cdot \vec{i}_{dq} + \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \cdot \frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} + \left( \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial x} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{dq} \right) \cdot \frac{dx}{dt} \quad (67)$$

Wird der i. Allg. positionsabhängige verkettete Fluss durch seine Taylorreihe im Arbeitspunkt dargestellt und diese, entsprechend (68), nach den linearen Gliedern abgebrochen, so lässt sich damit Gleichung (67) im Arbeitspunkt  $\vec{i}_{dqAP}, x_{AP}$  linearisieren.

$$\vec{\Psi}_{dq} = \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{pmatrix} \approx \vec{\Psi}_{dq}|_{AP} + \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot (\vec{i}_{dq} - \vec{i}_{dq}|_{AP}) + \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial x} \Big|_{AP} \cdot (x - x|_{AP}) \quad (68)$$

Es ergibt sich die linearisierte Spannungsgleichung (69).

$$\vec{u}_{dq} = \underbrace{\left( R_1 \cdot \underline{\underline{1}} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \frac{\pi \cdot v}{\tau_p} \right)}_{\underline{\underline{F}}} \cdot \vec{i}_{dq} + \underbrace{\frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP}}_{\underline{\underline{G^{-1}}}} \cdot \frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} + \dots \quad (69)$$

$$\dots + \frac{\pi \cdot v}{\tau_p} \cdot \left( \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left( \vec{\Psi}_{dqAP} - \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \vec{i}_{dqAP} \right) + \frac{\tau_p}{\pi} \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial x} \Big|_{AP} \right)$$

Da sich die Geschwindigkeit  $v$  gegenüber den elektrischen Zustandsgrößen nur sehr langsam verändert, lässt sie sich hinsichtlich einer Linearisierung der Strecke als konstant annehmen, muss allerdings immer nachgeführt werden. Selbst bei maximaler Geschwindigkeit verändert sich im Abtastintervall  $T_A$  die Position des Läufers nur unwesentlich. Bei Nachführung der Position im Modell für jeden Abtastschritt lässt sich daher der letzte Summand aus (68) näherungsweise vernachlässigen (vgl. Abb. 42).

Nach Diskretisierung entsprechend [31] ergibt sich die zeitdiskrete Zustandsdarstellung (70) im Arbeitspunkt.

$$\vec{i}_{dq}[k+1] = \underline{\underline{A}} \cdot \vec{i}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}} \cdot \left( \vec{u}_{dq}[k] - v \cdot \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\pi}{\tau_p} \\ \frac{\pi}{\tau_p} & 0 \end{pmatrix} \cdot \left( \vec{\Psi}_{dqAP} - \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \vec{i}_{dqAP} \right) + \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial x} \Big|_{AP} \right) \quad (70a)$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{R}} = \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{F}} ; \quad \underline{\underline{B}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{G}} \quad (70b)$$

$$\underline{\underline{R}} = T_A \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\underline{\underline{F}}^m \cdot T_A^m}{(m+1)!} \approx T_A \cdot \left\{ \underline{\underline{I}} - \underbrace{\left( \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right)^{-1} \cdot \left( R_1 \cdot \underline{\underline{I}} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \frac{\pi \cdot v}{\tau_p} \right)}_{\underline{\underline{F}}} \cdot \frac{T_A}{2} \right\} \quad (70c)$$

Die mittlere Geschwindigkeit  $v$  im Betrachtungsintervall  $[k;k+1]$  kann mit guter Näherung durch den Abtastwert  $v[k]$  zu Beginn des Stellintervalls oder sogar durch  $v[k+1]$  ersetzt werden. An dieser Stelle sei nur darauf hingewiesen, dass sich die Geschwindigkeit  $v[k]$  bereits zum Berechnungszeitpunkt  $[k-1]$  der Stellgröße mit einem Beobachter für die mechanischen Zustandsgrößen schätzen lässt. Für nähere Informationen soll hier auf Kapitel 5.2 verwiesen werden.

Wird der Arbeitspunkt mit dem Anfangswert des Betrachtungszeitraums gleichgesetzt  $\vec{i}_{dqAP} = \vec{i}_{dq}[k]$  und so immer dem aktuellen Betriebszustand nachgeführt, so lässt sich abschließend die folgende Zustandsdarstellung angeben:

$$\vec{i}_{dq}[k+1] = \underline{\underline{A}}_i \cdot \vec{i}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \vec{u}_{dq}[k] - \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\pi}{\tau_p} \\ \frac{\pi}{\tau_p} & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{dq}[k] + \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial x} [k] \cdot v[k] \right); \quad (71)$$

$$\text{mit } \underline{\underline{A}}_i = \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{B}}_i \left( \vec{i}_{dq}[k], x[k], v[k] \right) \cdot R_1; \quad \text{und } \underline{\underline{B}}_i = \underline{\underline{B}} \left( \vec{i}_{dq}[k], x[k], v[k] \right);$$

Eine detailliertere Ableitung ist im Anhang A4 nachvollziehbar.

Die Steuer- und Systemmatrix sind i. Allg. abhängig vom Wicklungsstrom, der Position und der Geschwindigkeit des Läufers. Mit sinkender Abtastzeit  $T_A$  ist die Abhängigkeit von Position und Geschwindigkeit allerdings zunehmend geringer. Gleichung (71) gilt exakt für einen linearen Zusammenhang zwischen dem Strom und dem verketteten Fluss, bei der gegebenen Abhängigkeit vom Betriebspunkt (vgl. 4.3) erwartungsgemäß nur näherungsweise. Je kleiner die Änderungen des Betriebspunkts

$\vec{i}_{dq}[k+1] - \vec{i}_{dq}[k]$  innerhalb eines Intervalls sind, desto besser sind die Voraussetzungen für (71) erfüllt. Im Großsignalübergangsverhalten an der Spannungsgrenze ergibt sich die maximale Abweichung vom linearisierten Modell. Insbesondere hier wirkt sich auch eine große Abtastzeit ungünstig aus. Soll die Positionsabhängigkeit des verketteten Flusses vernachlässigt werden, so gilt:  $\bar{\Psi}_{dq}[k] \rightarrow \bar{\Psi}_{dq\text{DFT},0}[k]$ ;  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k] \rightarrow 0$ . Die Abhängigkeit der Zustandsmatrizen von der Position  $x$  geht dann verloren.

### 5.1.3 Sollspannungsauswahl bei Überschreitung der Spannungsbegrenzung

Die Spannungsbegrenzung ist durch das die aktiven Spannungsvektoren umschreibende Sechseck gegeben (vgl. Abb. 30). Innerhalb dieses Sechsecks lassen sich alle Sollspannungen im Mittel einstellen, wobei das Schalten von Nullvektoren notwendig ist. Auf den Sechseckseiten werden im Schaltzyklus nur noch aktive Spannungsvektoren geschaltet. Bei Großsignalübergangsvorgängen überschreitet die angeforderte Spannung die Spannungsgrenze, sodass eine geeignete Spannung auf dem Sechseck gesteuert werden muss. In [34,92] werden verschiedene Methoden der Spannungsbegrenzung verglichen. Das beste Übergangsverhalten bei gleichzeitig guter Unabhängigkeit von  $d$ - und  $q$ -Achse erzielt man, indem kein Winkelfehler zwischen der geforderten und der tatsächlichen Stromänderung zugelassen wird. Die Stromänderung  $\Delta \vec{i}_{dq}$  bei Einprägung der vom Regler gewünschten Sollspannung  $\vec{u}_{dq,\text{unlim}}[k]$  ergibt sich aus der Zustandsgleichung (71) zu:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{i}_{dq} &= \vec{i}_{dq}[k+1] - \vec{i}_{dq}[k] = \\ &= \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \vec{u}_{dq,\text{unlim}}[k] - \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k] \right] \cdot \underline{\underline{v}}[k] + \underline{\underline{B}}_i^{-1} \cdot (\underline{\underline{A}}_i - \underline{\underline{I}}) \cdot \vec{i}_{dq}[k] \right) \quad (72) \\ &= \underline{\underline{B}}_i \cdot (\vec{u}_{dq,\text{unlim}}[k] - \vec{u}_{dq,g}[k]) = \underline{\underline{B}}_i \cdot \Delta \vec{u}_{dq,m} \end{aligned}$$

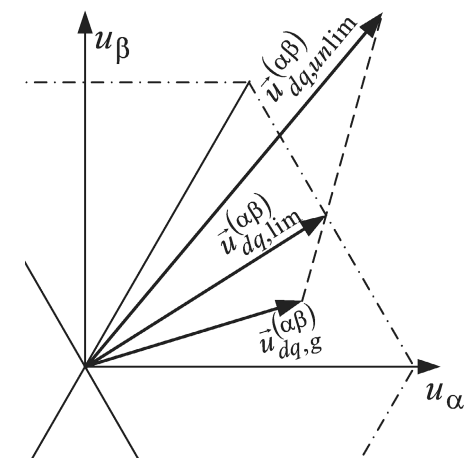


Abb.43: Bestimmung des begrenzten, einzuprägenden Spannungsvektors

Die Richtung der Stromänderung wird durch die Richtung der geforderten transformatorischen Spannung  $\Delta \vec{u}_{dq,m}$  (gestrichelter Vektor), bestimmt. Bei Begrenzung der einzuprägenden Spannung wird  $\vec{u}_{dq,\text{unlim}}[k]$  durch die begrenzte Spannung  $\vec{u}_{dq,\text{lim}}[k]$  ersetzt, die den Anteil  $\vec{u}_{dq,g}[k]$  sicher enthält. Physikalisch charakterisiert dieser Spannungsanteil die Gegenspannung aus ohmscher und bewegungsinduzierter Spannung und muss aufgebracht werden, um den Zustand aufrechtzuerhalten. Es ergibt sich in wicklungsorientierten Ko-

ordinaten der Spannungsvektor  $\vec{u}_{dq,\text{lim}}^{(\alpha\beta)}[k]$ . Dessen Ende ist der Schnittpunkt des gestrichelten Zeigers  $\Delta\vec{u}_{dq,m}^{(\alpha\beta)}$  und der Sechseckseite. Eine detaillierte Herleitung der begrenzten Spannung  $\vec{u}_{dq,\text{lim}}^{(\alpha\beta)}[k]$  findet sich in Anhang A6.

#### 5.1.4 PI-Stromregelung

Gegeben ist die linearisierte Zustandsgleichung (71) bei Vernachlässigung der Positionsabhängigkeit des verketteten Flusses. Dann hängen sowohl die System- als auch die Steuermatrix nicht von der Position, wohl aber von der Geschwindigkeit und vor allem vom Strom ab. Führt man die vektorielle Steuergröße  $\vec{y}_S[k-1]$  nach (73) ein, so ergibt sich eine stark vereinfachte, linearisierte Zustandsgleichung (74).

$$\vec{y}_S[k-1] = \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \vec{u}_{dq}[k] - \frac{\pi \cdot v[k]}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{dq\text{DFT},0}[k] \right) + \begin{pmatrix} 0 & A_{i12} \\ A_{i21} & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{i}_{dq}[k] \quad (73)$$

$$\vec{i}_{dq}[k+1] = \begin{pmatrix} A_{i11} & 0 \\ 0 & A_{i22} \end{pmatrix} \cdot \vec{i}_{dq}[k] + \vec{y}_S[k-1] \quad (74)$$

Das System kann dadurch in zwei entkoppelte Teilsysteme für  $d$ - und  $q$ -Achse mit den Steuergrößen  $\vec{y}_S = (y_{Sd}, y_{Sq})^T$  überführt werden. Dadurch, dass die Steuergröße  $\vec{y}_S[k-1]$  im Stellintervall  $[k \cdot T_A; (k+1) \cdot T_A]$  wirkt, wird die realisierungsbedingte Totzeit zwischen Abtastung und der Ausgabe der entsprechend vom Regler berechneten Spannung berücksichtigt (vgl. Abb. 41). Eine möglichst genaue Vorsteuerung der bewegungsinduzierten Spannung und der Koppelterme in der Systemmatrix entsprechend (73) erfordert bereits zum Zeitpunkt  $[k-1]$  der Reglerberechnung die Kenntnis des verketteten Flusses  $\hat{\vec{\Psi}}_{dq\text{DFT},0}[k] \cong \vec{\Psi}_{dq\text{DFT},0}[k]$  und des Wicklungsstroms  $\hat{\vec{i}}_{dq}[k] \cong \vec{i}_{dq}[k]$ . Beide Größen müssen daher mittels (74) für die Steuergröße  $\vec{y}_S[k-2]$  vorausberechnet werden. Auch die im Intervall  $[k; k+1]$  als konstant angenommenen System- und Steuermatrizen ( $\hat{\underline{\underline{A}}}_i \cong \underline{\underline{A}}_i, \hat{\underline{\underline{B}}}_i \cong \underline{\underline{B}}_i$ ) werden anschließend für den vorausberechneten Strom bestimmt.

In dieser Weise geeignet gesteuert, besitzen beide Teilsysteme die Übertragungsfunktion  $\frac{1}{z \cdot (z - A_{ikk})}$ . Darin bezeichnet  $A_{ikk}$  das entsprechende Hauptdiagonalelement der Systemmatrix  $\underline{\underline{A}}_i$ .

Als Regler werden zwei zunächst unabhängige PI-Regler mit der Übertragungsfunktion (75) verwendet.

$$R_{PI}(z) = \frac{d_1 z + d_0}{z - 1} = \underbrace{d_1}_{\text{proportionale Verstärkung}} + \underbrace{\frac{d_1 + d_0}{z - 1}}_{\text{I-Anteil}} \quad (75)$$

Diese PI-Regler werden üblicherweise nach dem Betragsoptimum eingestellt. Für die Reglerkoeffizienten ergeben sich nach [94] für die angegebene Reglerübertragungsfunktion die Werte  $d_1 = \frac{1}{3}$  und  $d_0 = -\frac{A_{ikk}}{3}$ .

Die geschlossenen Regelkreise besitzen damit die Übertragungsfunktionen (76)

$$\frac{I(z)}{I^*(z)} = \frac{1}{1 + 3z \cdot (z-1)} \quad (76)$$

und für eine Abtastzeit von  $T_A=125\mu\text{s}$  folgt im Kleinsignalverhalten eine Bandbreite von etwa 1 kHz.

Nach (73) hängt die Steuergröße  $\bar{y}_S$  von der Steuermatrix  $\underline{\hat{B}}_i$  ab. Stationär muss die Steuergröße den ohmschen Spannungsabfall und einen etwaigen Fehler in der vorgeordneten bewegungsinduzierten Spannung kompensieren. Der ohmsche Spannungsabfall in beiden Achsen hängt vom Strom und nicht vom magnetischen Arbeitspunkt ab und wird stationär durch die I-Anteile der Stromregler vorgegeben. Während eines Weitbereichsübergangs an der Spannungsgrenze, bei dem sich der magnetische Sättigungszustand und damit die Steuermatrix signifikant verändern, werden die I-Anteile  $\bar{y}_{Si}$  der Regler daher so gesteuert, dass  $\underline{\hat{B}}_i^{-1} \cdot \bar{y}_{Si}[k-1] = R_1 \cdot \bar{i}_{dq}[k]$  gilt.

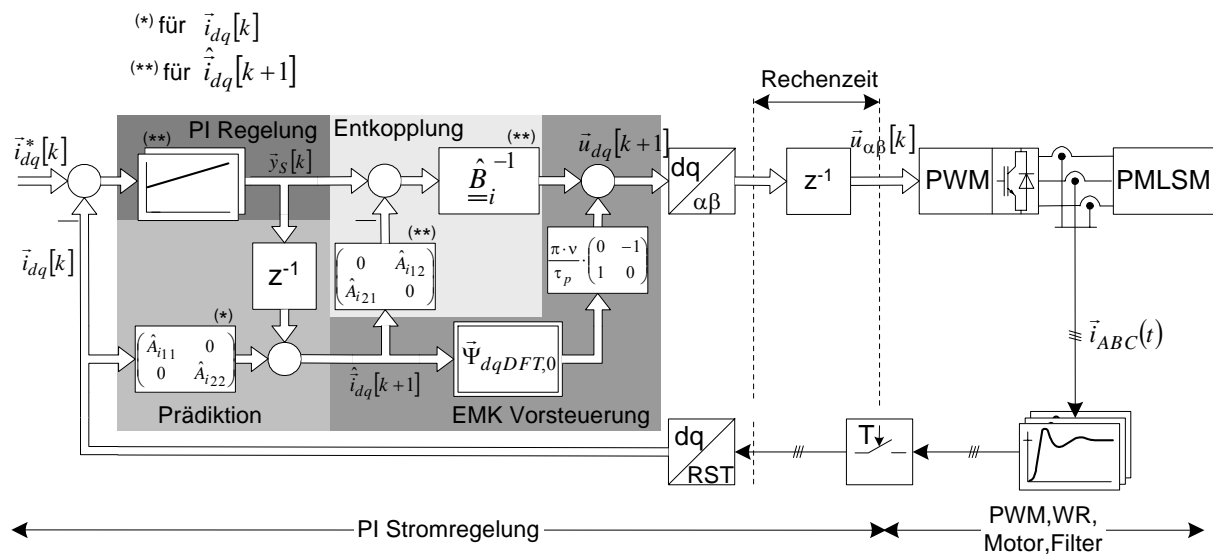


Abb. 44: Struktur der Stromregelung mit PI-Reglern

Aufgrund sich ändernder Streckenparameter/magnetischer Eigenschaften arbeitet ein auf einen Arbeitspunkt optimierter Regler u.U. nur noch suboptimal. Abb. 45 zeigt das Übergangsverhalten der Regelung, deren Parameter auf den Betriebspunkt  $\bar{i}_{dq} = 0$ ,  $\theta = 0$  optimiert sind. Solche Parameter resultieren z.B. aus Frequenzbereichsmessmethoden, die eine Sättigung vernachlässigen und somit eine lineare Strecke voraussetzen [95,96]. Die stetigen Funktionsverläufe sind die zeitkontinuierlichen, die unstetigen die zeitdiskreten, wobei die Unstetigkeitsstellen mit den Abtastzeitpunkten übereinstimmen. Die zeitdiskreten Sollfunktionen  $\bar{i}_{dq}^*[k]$  sind einfache Sprungfunktionen. Auffallend ist eine erhöhte Schwingneigung gegenüber dem Betragsoptimum

und eine Kopplung zwischen der  $d$ - und  $q$ -Achse sowohl im Klein- als auch im Großsignalverhalten. Allerdings verhält sich die Regelung selbst bei eineinhalbfachem Nennstrom noch stabil und stationär genau, die Regelung ist robust gegenüber Parameterschwankungen.

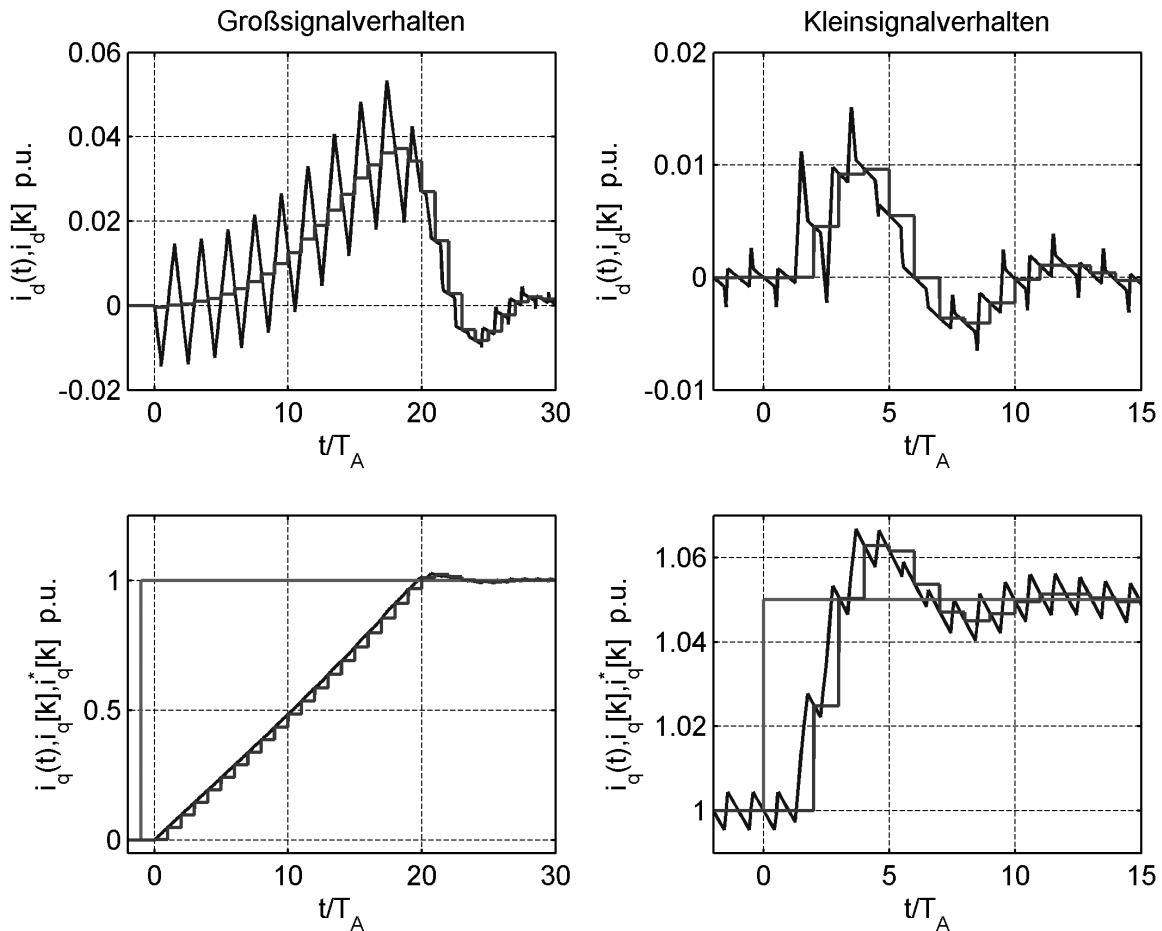


Abb. 45: Übergangsverhalten für eine Regelung, die auf den Arbeitspunkt  $\vec{i}_{dq} = 0, \theta = 0$  optimiert ist ( $T_A = 125 \mu\text{s}$ ,  $v = 0$ , Simulation)

Mit einer gezielt robusten Reglereinstellung [97] ließe sich das Regelverhalten noch weiter optimieren. Hier sollen dagegen parameteradaptive [98] PI-Regler verwendet werden, deren Parameter – wie auch die des Entkopplungsnetzwerks (vgl. Abb. 44) – immer dem aktuellen Betriebspunkt angepasst werden und so immer betragsoptimal eingestellt sind. Im Strukturbild ist zu beachten, dass die mit (\*) gekennzeichneten Blöcke vom Strom  $\vec{i}_{dq}[k]$ , die mit (\*\*) markierten dagegen von  $\hat{i}_{dq}[k+1]$  abhängen.

Abb. 46 zeigt das simulierte Groß- und Kleinsignalverhalten der parameteradaptiven Regelung. Im Kleinsignalverhalten ergibt sich keine Kopplung zwischen  $d$ - und  $q$ -Achse und die Regelgröße  $i_q$  schwingt um knapp 5% über. Mit der unvermeidbaren dynamikbestimmenden Rechentotzeit ergibt sich eine Führungsanregelzeit von  $5 \cdot T_A$ . Auch im Großsignalverhalten ist die Kopplung auf die  $d$ -Achse vernachlässigbar groß, die Anregelzeit ist durch die wirksame (große) Induktivität und die verfügbare Spannung festgelegt.



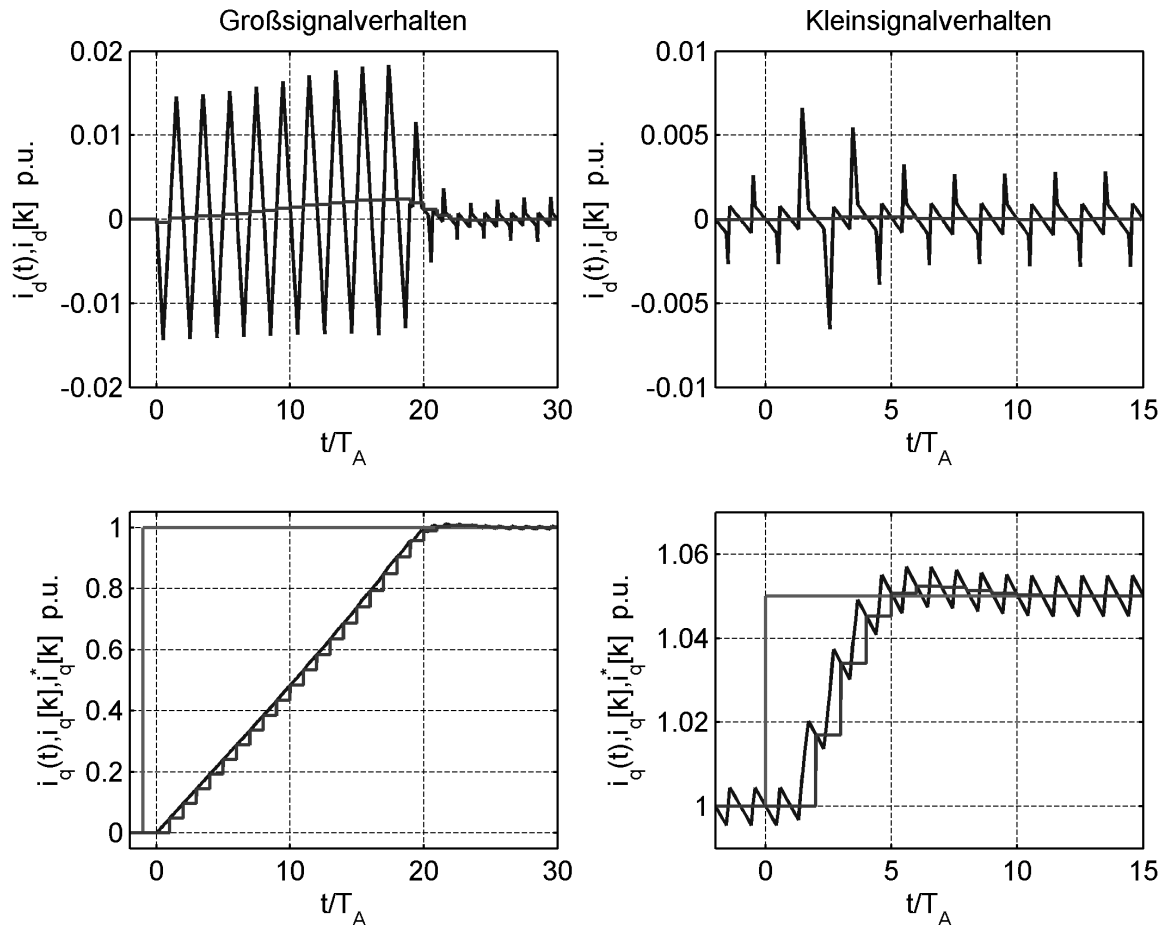


Abb. 46: Groß- und Kleinsignalverhalten der adaptiven PI-Stromregelung für  $v=0$ ,  $T_A=125\mu\text{s}$  ( Simulation )

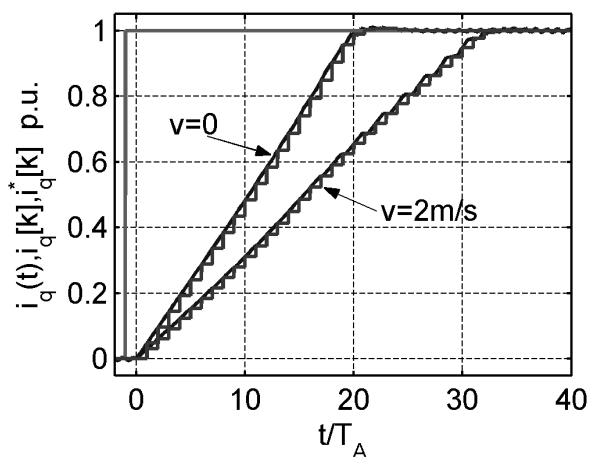


Abb. 47: Vergleich des Großsignalverhaltens für  $v=0$  und  $v=2\text{m/s}$  ( $T_A=125\mu\text{s}$ ) ( Simulation )

Insbesondere für hohe Geschwindigkeiten ist die verfügbare Spannung u.U. sehr gering; hierzu vergleiche man Abb. 47, in der die Verläufe zweier Großsignalsprungantworten, einmal im Stillstand und einmal bei Gegenspannung entsprechend  $v = 2\text{m/s}$  aufgetragen sind. Selbstverständlich kann der Stromaufbau bei entgegengesetzter Geschwindigkeit durch die bewegungsinduzierte Spannung auch begünstigt werden. Weiter besitzt die Regelgröße eine höhere Stromwelligkeit, da die Einschaltdauer der aktiven Spannungsvektoren gegenüber dem Stillstand erhöht ist.

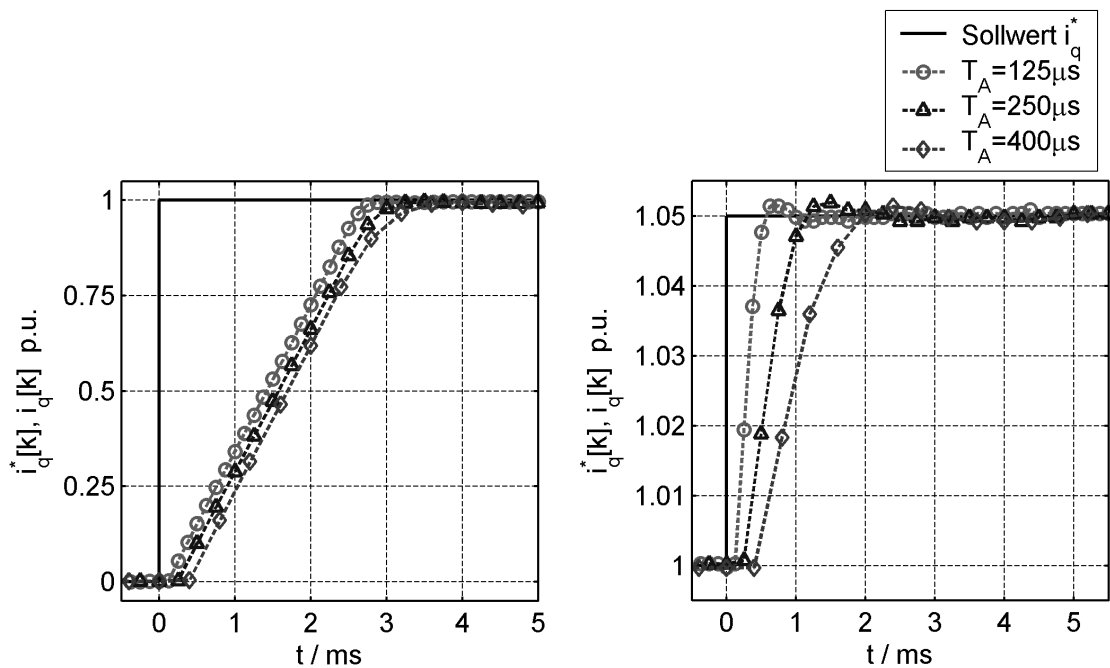


Abb. 48: Messung des Übergangsverhaltens im Groß- und Kleinsignalverhalten für verschiedene Abtastzeiten  $T_A = 125/250/400 \mu s$

Abb. 48 zeigt das am Versuchsstand gemessene Übergangsverhalten im Groß- und Kleinsignalbereich für drei verschiedene Abtastzeiten  $T_A = 125/250/400 \mu s$ . Im Großsignalverhalten unterscheiden sich die Übergangsvorgänge am Anfang nur durch eine Verschiebung entlang der Zeitachse, die durch die unterschiedlichen Rechentotzeiten gegeben ist. Da sich der Wechselrichter in allen drei Fällen zunächst an der Spannungsgrenze befindet, besitzen die Transienten anfangs alle die gleiche Steilheit. Sobald sich die Steilheiten unterscheiden, geht der jeweilige Stromregler in den linearen Betrieb über. Dort wirkt eine große Abtastzeit dynamikbegrenzend.

Besser als der Darstellung des Großsignalverhaltens kann man die Dynamik dem Kleinsignalverhalten entnehmen. Hier zeigt sich, dass die Führungsanregelzeit unabhängig von der Abtastzeit etwa als 5 Abtastzeiten  $T_A$  angegeben werden kann. Die Überschwingweite liegt für die verschiedenen Abtastzeiten einheitlich bei knapp 5%.

### 5.1.5 Deadbeat-Stromregelung

Ein Deadbeat-Stromregler mit minimaler Einstellzeit [30,32,33,88] ist ein Spezialfall innerhalb der Gruppe der Regler mit endlicher Einstellzeit. Er ist der lineare digitale Regler mit der höchst möglichen Dynamik. Es wird die Spannung berechnet, die notwendig ist, um die Regelabweichung innerhalb von nur einem Abtastschritt zu Null zu machen. Aufgrund der Totzeit von einer Abtastperiode  $T_A$  zwischen der Berechnung der einzuprägenden Spannung und ihrer Einstellung muss zunächst die Regelabweichung  $\Delta \vec{i}_{dq}$  zu Beginn des Stellintervalls prädiiziert werden. Daraus kann dann die notwendige Spannung ermittelt werden.

Wieder ist die linearisierte Zustandsgleichung (71) Ausgangspunkt der Betrachtungen.

Die gedachte Stellgröße  $y_S$  nach Gleichung (77) vereinfacht die Zustandsgleichung zu (78).

$$\bar{y}_S[k-1] = \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \bar{u}_{dq}[k] - \frac{\pi \cdot v[k]}{\tau_p} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k] \right) \quad (77)$$

$$\bar{i}_{dq}[k+1] = \underline{\underline{A}}_i \cdot \bar{i}_{dq}[k] + \bar{y}_S[k-1] \quad (78)$$

Der Deadbeat-Regler wird im  $z$ -Bereich ausgelegt. Dort ergibt sich für die Zustandsgleichung die algebraische Gleichung (79a). Für das gewünschte Übertragungsverhalten,  $\bar{i}_{dq}[k] = \bar{i}_{dq}^*[k-2]$  des Stromregelkreises ergibt sich (79b).

$$\left( \underline{\underline{I}} - z^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}_i \right) \cdot \bar{i}_{dq}(z) = z^{-2} \cdot \bar{y}_S(z) \quad (79a)$$

$$\left( \underline{\underline{I}} - z^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}_i \right) \cdot \bar{i}_{dq}^*(z) = \bar{y}_S(z) \quad (79b)$$

Aus diesen beiden Gleichungen (79a,b) lässt sich die Berechnungsvorschrift (80) für den Deadbeat-Regler ableiten.

$$\begin{aligned} & \overbrace{\bar{y}_S(z) = \frac{\underline{\underline{I}} - z^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}_i}{1 - z^{-2}} \cdot \left( \bar{i}_{dq}^*(z) - \bar{i}_{dq}(z) \right)}^{\text{z-Bereich}} \\ & \quad \quad \quad \updownarrow \\ & \underbrace{\bar{y}_S[k] = \bar{y}_S[k-2] + \bar{i}_{dq}^*[k] - \bar{i}_{dq}[k] - \underline{\underline{A}}_i \cdot \left( \bar{i}_{dq}^*[k-1] - \bar{i}_{dq}[k-1] \right)}_{\text{Zeitbereich}} \end{aligned} \quad (80)$$

Diese Gleichung gilt für eine lineare Strecke, in der die Systemmatrix  $\underline{\underline{A}}_i$  konstant ist. Der Regler soll aber u.U. entsprechend der sich ändernden Maschinenparameter adaptiert werden. So gelte zu jedem diskreten Zeitpunkt  $[k]$  die linearisierte Zustandsgleichung (78), allerdings mit einer Systemmatrix  $\underline{\underline{A}}_i(\bar{i}_{dq}[k], x[k], v[k])$ , die vom jeweiligen Betriebspunkt abhängt. Folglich ist die Reglervorschrift geeignet zu modifizieren:

$$\bar{y}_S[k] = \bar{y}_S[k-2] + \bar{i}_{dq}^*[k] - \bar{i}_{dq}[k] - \left( \begin{aligned} & \underline{\underline{A}}_i(\bar{i}_{dq}^*[k-1], x[k+1], v[k+1]) \cdot \bar{i}_{dq}^*[k-1] - \dots \\ & \dots - \underline{\underline{A}}_i(\bar{i}_{dq}[k-1], x[k-1], v[k-1]) \cdot \bar{i}_{dq}[k-1] \end{aligned} \right) \quad (81)$$

Setzt man diese Reglergleichung in die Zustandsgleichung (78) ein, so ergibt sich die folgende Gleichung (82), die genau dann gültig ist, wenn  $\bar{i}_{dq}[k] - \bar{i}_{dq}^*[k-2] = 0$  gilt, was die Zielsetzung der Reglerauslegung war!

$$\begin{aligned} \bar{i}_{dq}[k+2] &= \underline{\underline{A}}_i(\bar{i}_{dq}[k+1], x[k+1], v[k+1]) \cdot \bar{i}_{dq}[k+1] + \bar{y}_S[k] = \dots \\ & \underline{\underline{A}}_i(\bar{i}_{dq}[k+1], x[k+1], v[k+1]) \cdot \bar{i}_{dq}[k+1] - \underline{\underline{A}}_i(\bar{i}_{dq}^*[k-1], x[k+1], v[k+1]) \cdot \bar{i}_{dq}^*[k-1] + \dots \\ & + \underbrace{\underline{\underline{A}}_i(\bar{i}_{dq}[k-1], x[k-1], v[k-1]) \cdot \bar{i}_{dq}[k-1] + \bar{y}_S[k-2] - \bar{i}_{dq}[k] + \bar{i}_{dq}^*[k]}_{\bar{i}_{dq}[k]} \end{aligned} \quad (82)$$

Da sich die Position und Geschwindigkeit zwischen aufeinander folgenden Abtastzeitpunkten nur marginal ändern kann, kann die Abhängigkeit der Systemmatrizen in der Reglergleichung (81) von den verschiedenen Positionen  $x[k-1]$ ,  $x[k]$  und  $x[k+1]$  bzw. den entsprechenden Geschwindigkeiten mit ausreichender Genauigkeit auf eine einzelne Position  $x[k]$  bzw. Geschwindigkeit  $v[k]$  reduziert werden.

Im Experiment haben sich bei Berücksichtigung gegenüber der Vernachlässigung der Oberwellen des Modells nur kleine Unterschiede im Regelverhalten bei deutlich erhöhtem Rechenaufwand ergeben.

Viel wichtiger als die Adaption der Systemmatrix, die sich ohnehin für kleine Abtastzeiten entsprechend (70b) der Einheitsmatrix annähert, ist die Adaption der Steuermatrix  $\underline{B}_i(\vec{i}_{dq}[k+1], x[k+1], v[k+1])$ . Von ihrer Genauigkeit hängt ab, wie die reglerinterne Steuergröße  $\vec{y}_s[k]$  in eine einzustellende Spannung umgerechnet wird.

Sowohl  $\underline{A}_i$  als auch  $\underline{B}_i$  müssen während der Reglerberechnung zum Zeitpunkt  $[k]$  u.a. für den Strom  $\vec{i}_{dq}[k+1]$  bestimmt werden. Bei idealem Übertragungsverhalten lässt sich dieser sehr einfach als  $\vec{i}_{dq}[k+1] \cong \vec{i}_{dq}^*[k-1]$  präzisieren. Die gesamte einzustellende Spannung ergibt sich nach der Vorsteuerung der bewegungsinduzierten Spannung. Hierbei muss der verkettete Fluss  $\vec{\Psi}_{dq}(\vec{i}_{dq}[k+1], x)$  mit dem präzisierten Strom berechnet werden.

Trotz Adaption des Reglers sind Modellfehler unvermeidbar. Sie führen zu Über- und Unterschwingen im transienten Verhalten und u.U. stationären Regelabweichungen. Letztere lassen sich vermeiden, indem zusätzliche lineare PI-Regler die Deadbeat-Regelung korrigieren. Ihre Eingänge sind die Regelabweichungen  $\vec{i}_{dq}^*[k-2] - \vec{i}_{dq}[k]$ , die bei idealem Deadbeat-Übertragungsverhalten verschwinden. Die PI-Regler geben zusätzliche Stellgrößen aus, die für stationäre Genauigkeit sorgen. Bei der Auslegung der PI-Regler sollte berücksichtigt werden, dass sie nur korrigierend wirken. Daher kann die Verstärkung des Integralanteils größer gewählt werden als z.B. in Abschnitt 5.1.4, in dem die PI-Regler die einzigen stabilisierenden Regler sind. Der Einfachheit halber wurde der P-Anteil zu Null gewählt und der I-Anteil experimentell bestimmt, sodass sich im Fall einer Ungenauigkeit innerhalb weniger Abtastzyklen, auf jeden Fall stationär wieder Genauigkeit einstellt.

Abb. 49 zeigt die Struktur der Stromregelung mit Deadbeat-Regler. Auch hier sind die für die Kennfelder maßgebenden Ströme durch (\*) bzw. (\*\*) gekennzeichnet. Die Abhängigkeit von der Position wurde schließlich wegen ihres geringen Einflusses im Experiment vernachlässigt. Das gilt sowohl für die System- und Steuermatrix, als auch für die vorgesteuerte bewegungsinduzierte Spannung. Der Vollständigkeit wegen ist die Abhängigkeit von der Position in der Regelstruktur berücksichtigt. Die Spannungsbegrenzung ist nur schematisch angedeutet. Die vom Modulator einzuprägende

Sollspannung wird entsprechend Abschnitt 5.1.3 begrenzt. Für eine exakte Berücksichtigung der Spannungsbegrenzung im Regler werden der Stromsollwert und die Reglerzustände so zurückgerechnet, als ob der Deadbeat-Regler genau die begrenzte Spannung bestimmt hätte.

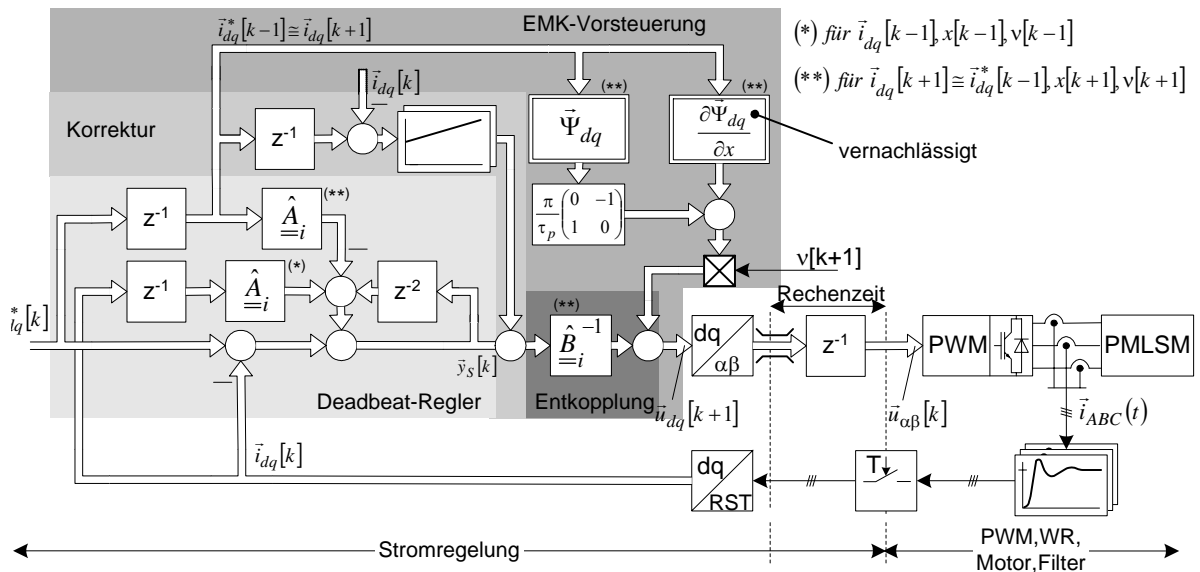


Abb. 49: Struktur der Deadbeat-Stromregelung mit Entkopplungsvorsteuerung und linearen Korrekturreglern

Der zu modifizierende Stromsollwert  $\vec{i}_{dq}^*[k]$  und die zu modifizierende Reglerausgangsgröße  $\vec{y}_s[k]$  berechnen sich wie folgt:

$$\vec{i}_{dq}^*[k] = \vec{i}_{dq}^*[k] + \underline{B}_i \cdot (\vec{u}_{dq,lim}[k] - \vec{u}_{dq,unlim}[k]); \quad \vec{y}_s[k] = \vec{y}_s[k] + (\vec{i}_{dq}^*[k] - \vec{i}_{dq}[k]) \quad (83)$$

Abb. 50 zeigt den Vergleich von Deadbeat-Stromreglern mit und ohne Adaption bei Großsignalsprüngen von  $i_q = 0 \rightarrow 120\% \cdot \hat{i}_N$ . Der Regler im linken Bild wird immer an den tatsächlichen Betriebspunkt adaptiert ( $\underline{A}_i$  und  $\underline{B}_i$ ), während der Regler im rechten Bild nur auf den Ausgangsbetriebszustand ( $\underline{A}_i(\vec{i} = \vec{0}, x = 0), \underline{B}_i(\vec{i} = \vec{0}, x = 0)$ ) optimiert ist. Anfangs funktionieren beide Regler erwartungsgemäß, am Ende zeigt der nicht adaptierte Regler in der Simulation und am Teststand jedoch Grenzzyklen mit einer Frequenz von 2 kHz bei  $T_A = 125 \mu s$ . Zwar arbeitet der lineare Korrekturregler nun nicht mehr nur korrigierend mit kleinen Regelabweichungen und erhöht so die Schwingneigung, doch selbst ohne Korrekturregler treten die Grenzzyklen auf und klingen nur mit sehr geringer Dämpfung ab.

Die ursprüngliche Annahme einer linearen Strecke mit konstanten Parametern führt auch am Versuchsstand zu derartigen Grenzzyklen für große Ströme. Darüberhinaus besteht im gesteuerten Betrieb an der Spannungsgrenze des Wechselrichters eine sehr starke Kopplung mit der  $d$ -Achse von bis zu 30% des Nennstroms. Dieses ungenügende Übergangsverhalten resultiert einerseits aus den zu großen Selbstinduktivitäten und andererseits aus der nicht berücksichtigten Kopplung von  $d$ - und  $q$ - Achse im transien-

ten Verhalten aufgrund der Koppelinduktivität. Eine bewegungsinduzierte verkoppelnde Spannung tritt bei den Übergangsvorgängen im Stillstand nicht auf.

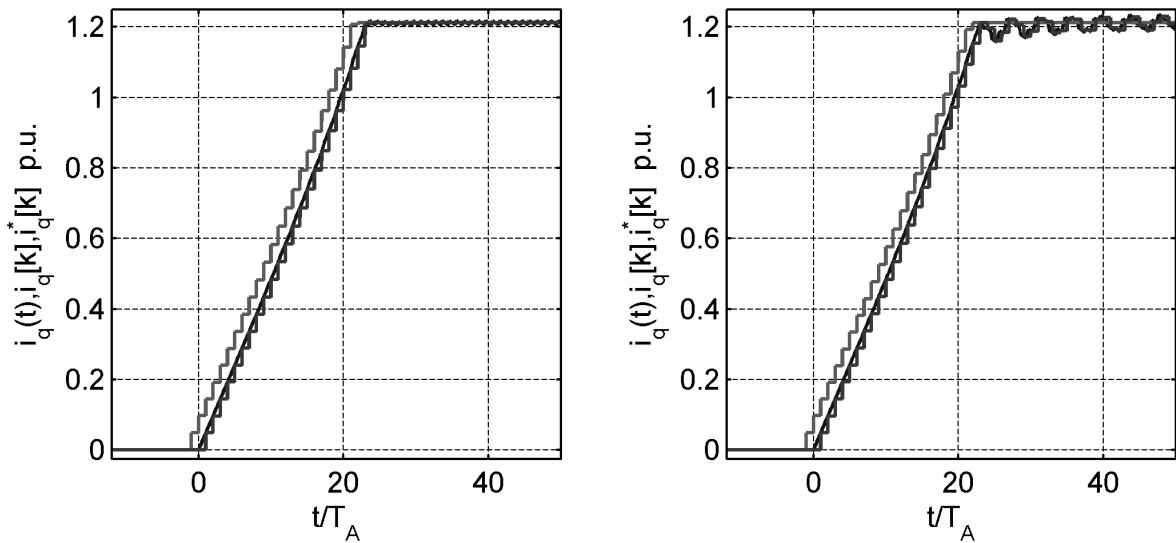


Abb. 50: Simulatorischer Vergleich des adaptiven (linkes Bild) und nicht adaptierten (rechtes Bild) Deadbeat-Stromreglers

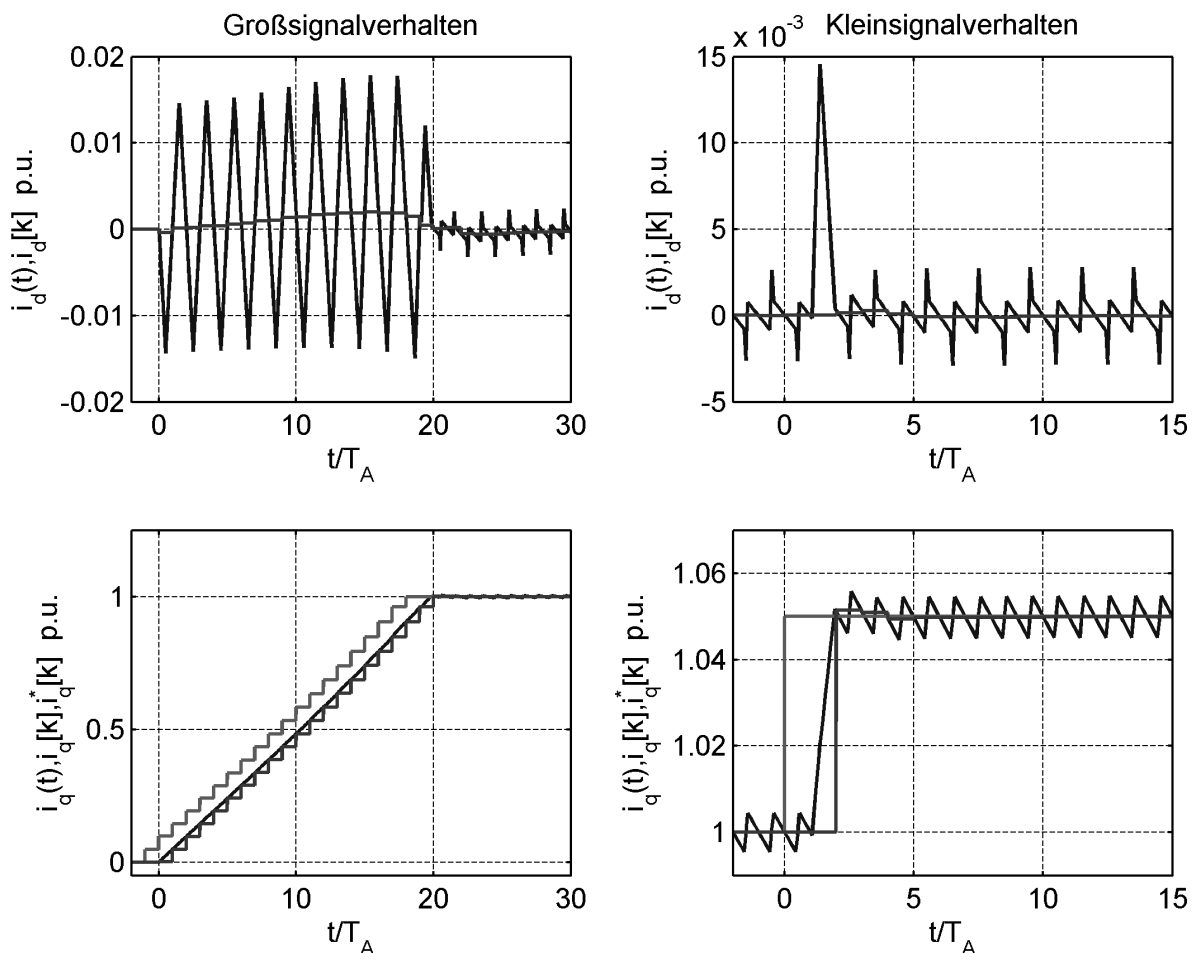


Abb. 51: Simuliertes Groß- und Kleinsignalverhalten des adaptiven Deadbeat-Stromreglers ( $T_A=125\mu\text{s}$ ,  $v=0$ , Simulation)

Die Übergangsvorgänge zeigen die Unverzichtbarkeit der Adaption des Deadbeat-Stromreglers, Abb. 51 gibt die simulierten Groß- und Kleinsignalsprungantworten

wieder. Gut erkennbar ist dabei, dass im Großsignalverhalten an der Spannungsgrenze des WR der Stromsollwert immer auf den linear erreichbaren Strom zurückgerechnet wird. So überschreitet der Regler scheinbar nie seine Stellgliedbegrenzung und aus dem Sollgrößenprung von  $i_q = 0 \rightarrow 1$  wird eine Treppenfunktion, deren Stufenhöhe sich nach der wirksamen Induktivität und der verfügbaren Spannung richtet. Der Iststrom eilt dem Sollstrom um  $2 \cdot T_A$  nach.

Bei Bewegung des Läufers reduziert sich die verfügbare Spannung um die bewegungsinduzierte Gegenspannung, der Stromregler stößt mit seiner einzuprägenden Spannung somit noch schneller an die Spannungsgrenze. Um ein schnelles Ansprechen der Stellgrößenbegrenzung zu vermeiden bzw. um den Bereich zu erweitern, in dem der Deadbeat-Stromregler innerhalb seiner Spannungsaussteuergrenzen arbeitet, muss entweder zugelassen werden, dass die Regelabweichung nicht in einem, sondern in mehreren Abtastzyklen vollständig ausgeregelt wird oder die Abtastzeit muss verlängert werden. Im ersten Fall spricht man auch von einem Regler mit endlicher Einstellzeit [30], allerdings ist ein solcher Regler dem konventionellen PI-Regler hinsichtlich der Dynamik u.U. nicht überlegen.

Dagegen ist eine längere Abtastzeit ohnehin im einen oder anderen Fall im Hinblick auf eine geringere notwendige Rechenleistung gefordert, obgleich die oben gewählte Abtastfrequenz  $f_A = 8 \text{ kHz}$  für den innersten Regelkreis heute durchaus üblich ist, ggf. sogar noch höher ausfällt. Je geringer die Abtastfrequenz gewählt wird, desto weniger zulässig ist die Linearisierung des Flusses zwischen den Abtastzeitpunkten und desto rascher kommt es zu Interferenzen zwischen dem linearen Korrekturregler und dem Deadbeat-Stromregler. In einem solchen Fall ist es günstiger, den Strom unter Zuhilfenahme des verketteten Flusses zu regeln. Ein Vergleich zwischen Deadbeat-Strom- und Deadbeat-Flussregelung im Rahmen des nächsten Kapitels zeigt die Grenzen der Deadbeat-Stromregelung auf.

### 5.1.6 Deadbeat-Regelung der Flussverkettung

Der Fluss lässt sich nicht direkt messen, aber es lassen sich mittels eines möglichst genauen Flussmodells (unter Berücksichtigung der Flussoberwellen) aus dem Sollstrom und dem rückgekoppelten Iststrom die korrespondierenden verketteten Soll- und Istflüsse bestimmen und eine Flussregelung aufbauen.

Dabei ist zu beachten, dass die Deadbeat-Regelung mit minimaler Einstellzeit eine Totzeit  $2 \cdot T_A$  zwischen Soll- und Istwert mit sich bringt. Es ist daher notwendig den Stromsollwert  $\vec{i}_{dq}^*[k]$  mit einer Winkelposition  $\theta[k+2] = \frac{\pi}{\tau_p} \cdot (x[k] + 2T_A \cdot \bar{v}[k, k+2])$  in den Flusssollwert  $\vec{\Psi}_{dq}^*[k]$  umzusetzen. Andernfalls werden für konstante Geschwindigkeit und einen konstanten Stromsollwert die Flussoberwellen in („geregelte“) Iststromüberschwingungen abgebildet. Es hat sich gezeigt, dass die Be-

rücksichtigung der Flussoberwellen zwingend erforderlich ist. Hinsichtlich der Reglerauslegung ist die zeitkontinuierliche Zustandsgleichung für den verketteten Fluss analog zu Abschnitt 5.1.2 zu linearisieren und diskretisieren. Es ergibt sich die folgende zeitdiskrete Zustandsdarstellung:

$$\bar{\Psi}_{dq}[k+1] = \underline{\underline{A}}_{\Psi} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}}_{\Psi} \cdot (\bar{u}_{dq}[k] - R_1 \cdot \bar{i}_{dq}[k]) = \underline{\underline{A}}_{\Psi} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \bar{y}_S[k-1] \quad (84a)$$

$$\underline{\underline{B}}_{\Psi} = T_A \cdot \left( \underline{\underline{I}} - \frac{T_A}{2} \cdot \left( R_1 \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}^{-1}}{\partial \bar{i}_{dq}} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot v \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \right); \quad \underline{\underline{A}}_{\Psi} = \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{B}}_{\Psi} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\pi}{\tau_p} \cdot v \quad (84b)$$

Die Herleitung lässt sich in Anhang A5 detailliert nachlesen!

Dabei besitzt die Steuermatrix  $\underline{\underline{B}}_{\Psi}$  eine deutlich geringere Abhängigkeit von den differentiellen Induktivitäten und damit dem Betriebspunkt als die Steuermatrix  $\underline{\underline{B}}_i$  des Stromzustandsmodells. Je kleiner die Abtastzeit  $T_A$ , desto mehr nähert sich die Steuermatrix der mit  $T_A$  skalierten Einheitsmatrix an. Auch die Systemmatrix  $\underline{\underline{A}}_{\Psi}$  besitzt nur eine geringe Abhängigkeit vom Betriebspunkt. Wird auch in (84a) eine Steuergröße  $\bar{y}_S[k-1]$  eingeführt, so lässt sich der Deadbeat-Regler für die Flussverkettung nach der Vorschrift (81) berechnen, wobei darin die Ströme durch die korrespondierenden Flüsse und die Systemmatrix  $\underline{\underline{A}}_i$  durch  $\underline{\underline{A}}_{\Psi}$  ersetzt werden müssen. Es ergibt sich die Regelstruktur aus Abb. 52.

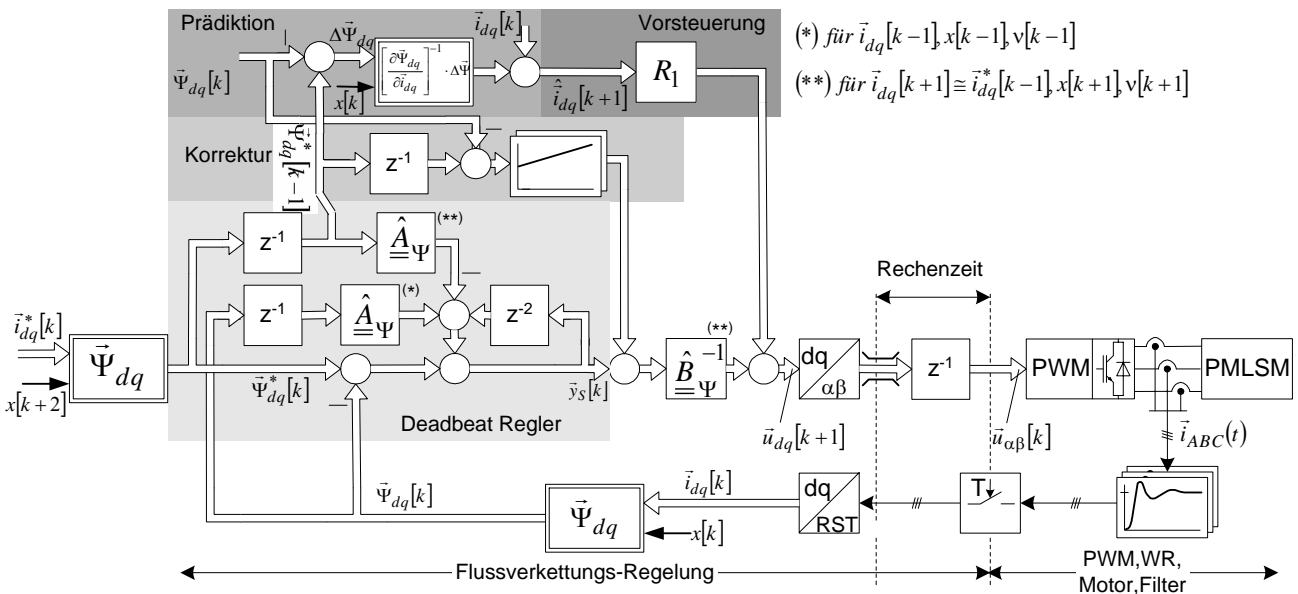


Abb. 52: Struktur der Flussverkettungsregelung mit Deadbeat-Regler

Am anschaulichsten zeigt sich die Überlegenheit des Flussreglers gegenüber dem Stromregler mit dessen unzureichender Linearisierbarkeit und der Störwirkung zwischen Deadbeat-Regler und Korrekturregler für größere Abtastzeiten an den Sprungantworten im Großsignalverhalten (vgl. Abb. 53). Bei Großsignalsprungantworten befindet sich das Stellglied an der Spannungsbegrenzung, sie sind geprägt durch eine



starke Änderung des magnetischen Arbeitspunkts. Die Begrenzung der Spannung erfolgt entsprechend Abschnitt 5.1.3 .

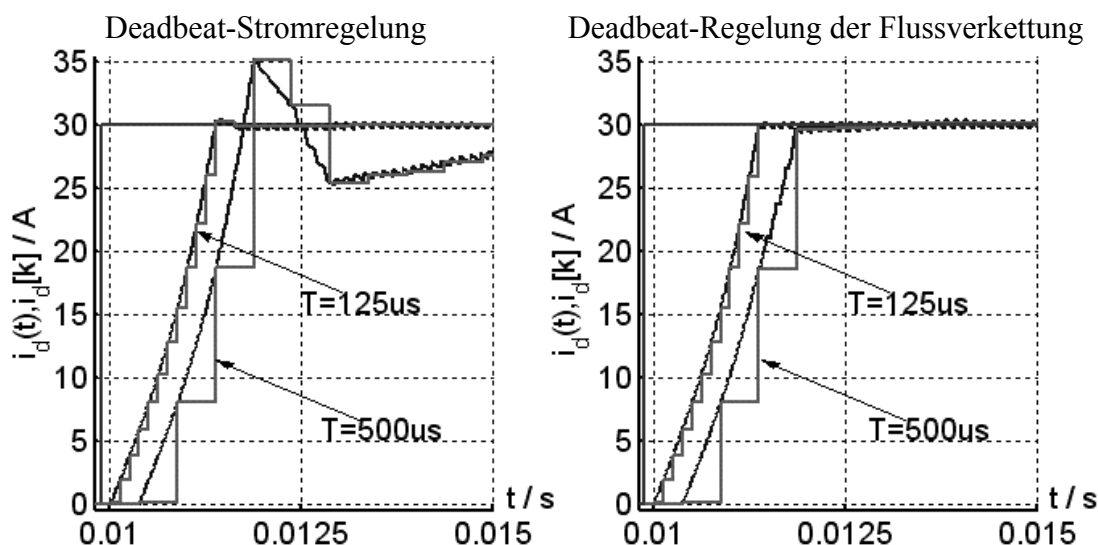


Abb. 53: Vergleich von Sprungantworten im Großsignalverhalten für verschiedene Abtastzeiten  $T_A=125\mu\text{s}/500\mu\text{s}$  ( Stillstand, Simulation )

Aufgrund der starken Abhängigkeit der Selbstinduktivität in der  $d$ -Achse vom Betriebspunkt, im Wesentlichen dem Strom  $i_d$ , kommt die magnetische Nichtlinearität bei Sprungantworten des  $d$ -Stroms am stärksten und daher am anschaulichsten zum Tragen. Zwei wesentliche Eigenschaften sind an den Simulationsergebnissen ablesbar:

- Der Steuerbarkeitsbereich, innerhalb dessen der Regler linear ohne Überschreitung der Stellgliedbegrenzungen arbeitet, wächst mit zunehmender Abtastzeit an.
- Je kleiner die Abtastzeit, desto kleinschrittiger wird das linearisierte Zustandsmodell nachgeführt, so dass die Linearisierung des Zustandsmodells im aktuellen Betriebspunkt umso zulässiger ist.

Das erste Merkmal ist daran ablesbar, dass sich aufgrund der gleichen konstanten maximal großen Spannung unterschiedliche Stromänderungen einstellen. So sind für die kleine Abtastzeit deutlich mehr Abtastschritte mit maximaler Spannung erforderlich, um den gewünschten Endwert zu erreichen. Der Steuerbarkeitsbereich in Richtung der  $d$ -Achse, innerhalb dessen der Regler linear ohne Überschreitung der Stellbegrenzung arbeitet, wird durch die Schrittweite  $\Delta i_d = i_d[k] - i_d[k-1]$  angegeben. Der Nichtlinearität aufgrund der Stellgliedbegrenzung sind beide Regelverfahren in gleicher Weise unterworfen.

Der wesentliche Unterschied ist durch das zweite Merkmal bestimmt. Die anwachsende Schrittweite  $\Delta i_d$  während des transienten Vorgangs bei konstanter, maximaler Wechselrichterspannung zeigt die Nichtlinearität infolge von magnetischer Sättigung auf. Das im Betriebspunkt linearisierte Zustandsmodell wird der magnetischen Nichtlinearität mehr oder weniger kleinschrittig nachgeführt. Die Abweichungen von der

Linearität während des Abtastintervalls führt zu Fehlern – je größer die Abtastzeit, desto größer der Fehler.

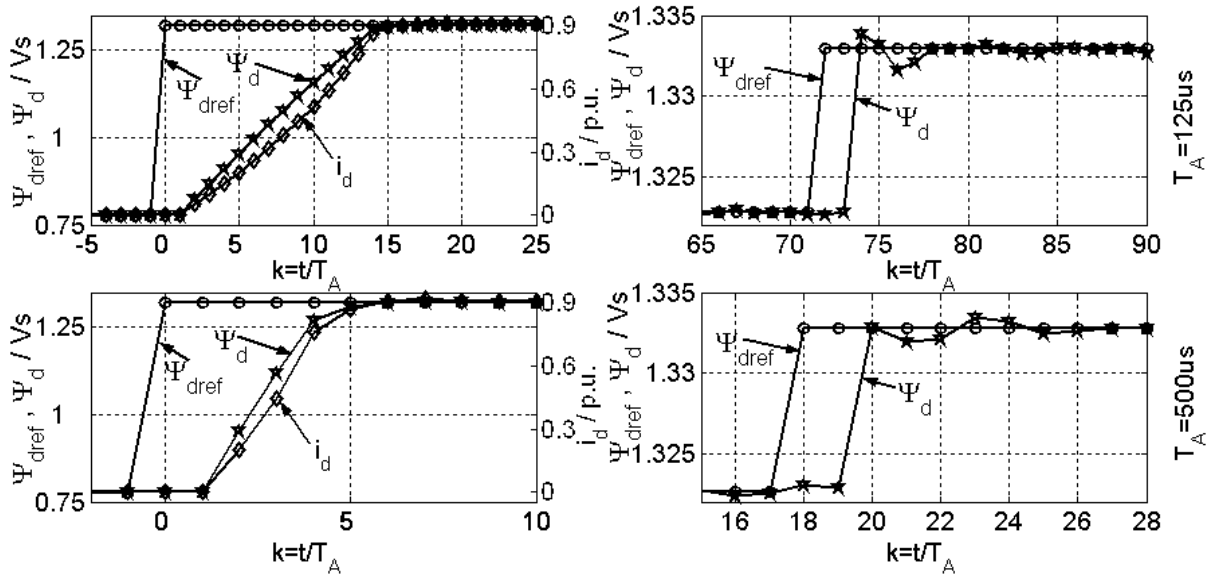


Abb. 54: Messung des Übergangsverhaltens der Deadbeat-Flussregelung für verschiedene Abtastzeiten  $T_A=125 \mu s/500 \mu s$ ; links für Großsignal-, rechts für Kleinsignalführungssprungantworten

Aufgrund der weitgehenden Linearität des Flusszustandsmodells und der größeren Nichtlinearität des Stromzustandsmodells bei magnetischer Sättigung sind die Fehler hier nur für die Deadbeat-Stromregelung ausgeprägt, während die Deadbeat-Flussregelung weitgehend unabhängig von der Abtastzeit genau ist. Die entsprechenden Messergebnisse zeigt Abb. 54. Ein Anhaltspunkt für das weitgehend lineare Systemverhalten des Flusszustandsmodells lässt sich auch im Großsignalverhalten ablesen: Während sich der Fluss nahezu linear ändert, wird der Stromverlauf infolge einer abnehmenden Induktivität aufgrund zunehmender Sättigung immer steiler.

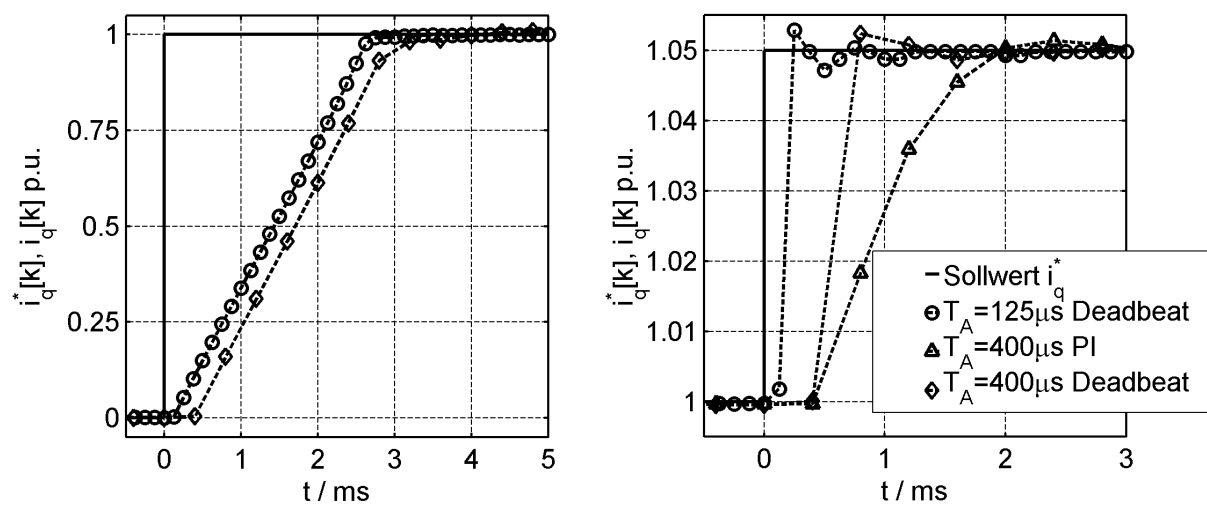


Abb. 55: Gemessenes Groß- und Kleinsignalübergangsverhalten für Deadbeat-Flussregelung bei Abtastzeiten  $T_A=125 \mu s/400 \mu s$  und PI Stromregelung für  $T_A=400 \mu s$  zum Vergleich

Bei verlustoptimaler Steuerung der Sollströme entsprechend Abb. 39 werden jedoch keine derart großen  $d$ -Ströme eingestellt. Bei starken Änderungen des  $q$ -Stroms ist die Abweichung von der Linearität der Stromzustandsgleichung innerhalb eines Abtastintervalls für Abtastzeiten  $T_A \leq 250 \mu\text{s}$  vernachlässigbar, das Übergangsverhalten in der  $q$ -Achse ist für den Deadbeat-Strom- und Flussregler nur marginal unterschiedlich. Abb. 55 zeigt das gemessene Übergangsverhalten im  $q$ -Strom bei Flussregelung für verschiedene Abtastzeiten  $T_A = 125 \mu\text{s}$  und  $400 \mu\text{s}$ . Die Regelung hat eine Anregelzeit von  $2 \cdot T_A$ . Zum direkten Vergleich wird auch das Kleinsignalübergangsverhalten der PI-Stromregelung abgebildet, deren Anregelzeit  $5 \cdot T_A$  beträgt.

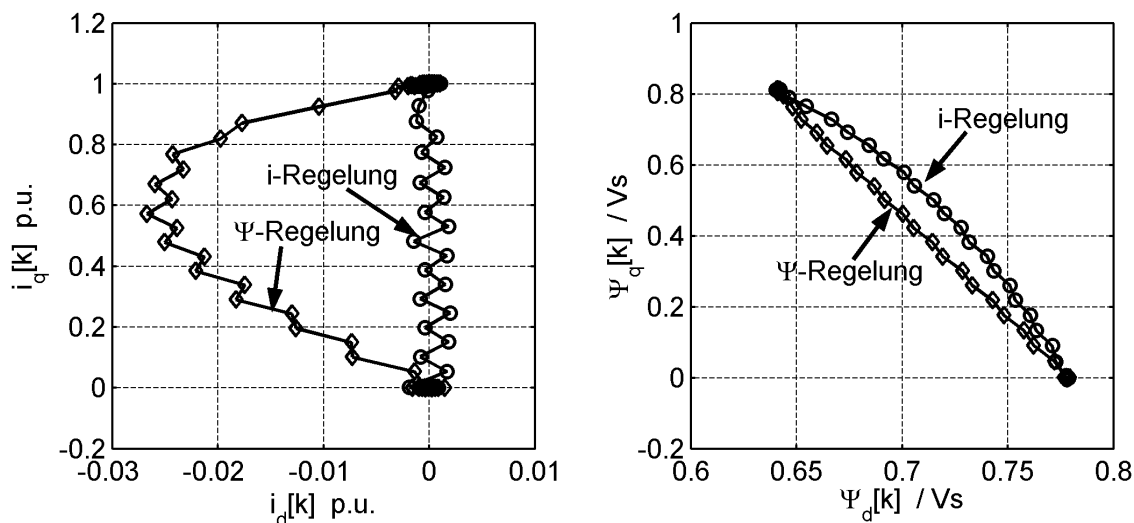


Abb. 56: Gemessene Strom- und Flusstrajektorien bei Übergang von  $\vec{i}_{dq} = \vec{0} \rightarrow (0 \ \hat{i}_N)^T$  für Deadbeat-Strom- und Flussregelung bei  $T_A=125\mu\text{s}$

Der Verlauf des  $d$ -Stroms  $i_d$  bei Flussregelung unterscheidet sich von dem bei Stromregelung im Großsignalübergangsverhalten merklich. Abb. 56 zeigt die Strom- und Flusstrajektorien für das Großsignalverhalten eines Deadbeat-Strom- und Flussreglers bei  $T_A=125\mu\text{s}$ .

Während sich der Strom bei Deadbeat-Stromregelung entlang einer Geraden ändert, verläuft er bei Flussregelung entlang einer bauchigen Kurve. Im Gegensatz dazu verläuft der verkettete Fluss bei Flussregelung entlang einer Gerade und bei Stromregelung entlang einer bauchigen Kurve. Da der Wechselrichter ein spannungseinprägendes Stellglied und der Fluss das Integral der Spannung ist, nutzt die Flussregelung das Stellglied ohne Verlustspannungszeitfläche effizienter aus.

Die Flussregelstruktur hätte auch primärflussorientiert als Indirekte Statorgrößenregelung [87] oder DTC [99] ausgeführt werden können. Diese Regelungsverfahren verwenden ebenfalls lineare Regler oder Schaltregler, um den Statorflussbetrag (im magnetisch optimalen Betriebspunkt konstant) und direkt die Vorschubkraft zu regeln. Dazu ist neben dem Flusswert auch der Kraftwert zu ermitteln. Aus Gründen der Einheitlichkeit und unmittelbaren Vergleichbarkeit mit der realisierten Stromrege-

lung mit minimalen Stromwärmeverlusten wurde hier ein Flussregelverfahren mit linearen Reglern für beide Flusskomponenten ausgewählt.

### 5.1.7 Approximation des kraftbildenden Regelkreises durch ein einfaches Übertragungsglied

Für die Reglereinstellung eines Reglers in einer Kaskadenregelung wird gewöhnlich der unterlagerte geschlossene Regelkreis durch ein einfaches lineares Übertragungsglied angenähert [100]. Die Übertragungsfunktionen der geschlossenen Stromregelkreise sind gemäß den vorherigen Kapiteln die Folgenden:

$$\text{PI} \quad \frac{i(z)}{i^*(z)} = \frac{1}{1+3z \cdot (z-1)}$$

$$\text{Deadbeat} \quad \frac{i(z)}{i^*(z)} = z^{-2}$$

Durch die magnetische Nichtlinearität kann es arbeitspunktabhängig zu einem ungleich schnellen Ansprechen der Stellgliedbegrenzung kommen, die an sich schon eine Nichtlinearität darstellt.

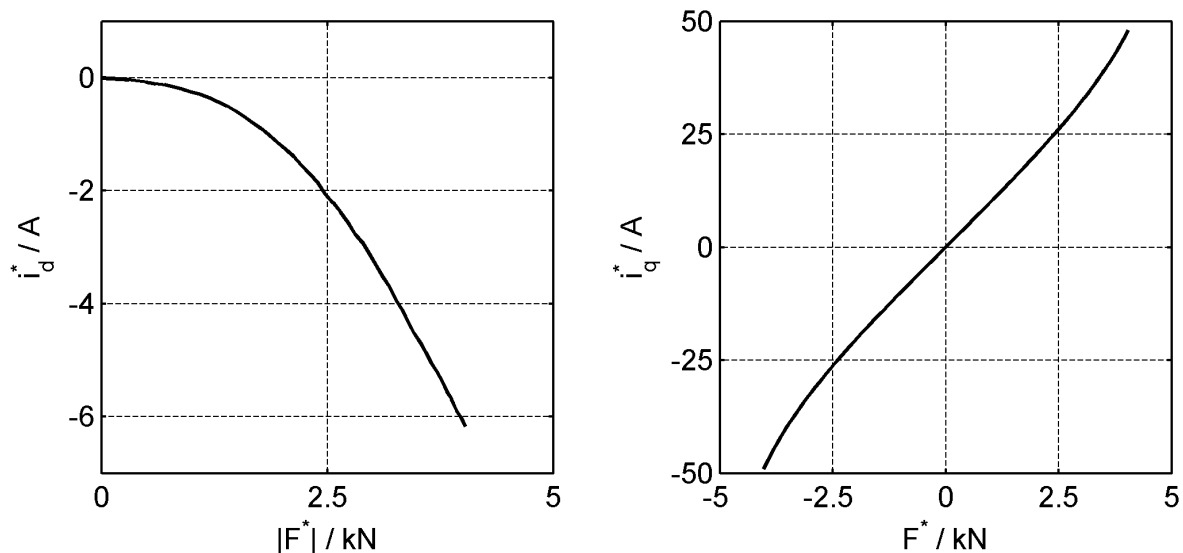


Abb. 57: Kennlinien für verlustoptimale Steuerung der Vorschubkraft

Der überlagerte Geschwindigkeitsregler gibt zunächst einen Kraft Sollwert vor, der mit den nichtlinearen Kennlinien aus Abb. 57 hinsichtlich einer verlustoptimalen Steuerung (vgl. Abschnitt 5.1) in Strom Sollwerte umgesetzt wird. Dabei sollen Kraftoberwellen vernachlässigt und als Störgrößen interpretiert werden.

Das Ansprechen der Stellgliedbegrenzung hängt primär vom Kraft Sollwert ab, gleichzeitig natürlich auch vom Bewegungszustand. In Abschnitt 5.1.3 wurde gezeigt, wie bei Stellgliedbegrenzung modifizierte Strom Sollwerte aus der einzustellenden begrenzten Sollspannung so berechnet werden, dass diese unter Einhaltung der Stellgliedgrenzen erreicht werden können. Ähnlich der gezeigten Anpassung der Stromregler müssen dann ggf. auch die überlagerten Regler [80] und Beobachter angepasst werden. Dazu wird mittels der modifizierten Strom Sollwerte aus dem geschlossenen kraftbil-

denden Regelkreis der angepasste Kraft Sollwert  $F^{*'}[k] = F_{\text{DFT},0}(\bar{i}_{dq}^{*'}[k])$  zurückgemeldet. Abb. 58 zeigt links den vereinfachten kraftbildenden Regelkreis mit einer Rückführung der modifizierten Sollkraft, die die Einhaltung der Stellgliedgrenzen bei gleichzeitig schnellstmöglichem Kraftauf- bzw. Kraftabbau verspricht.

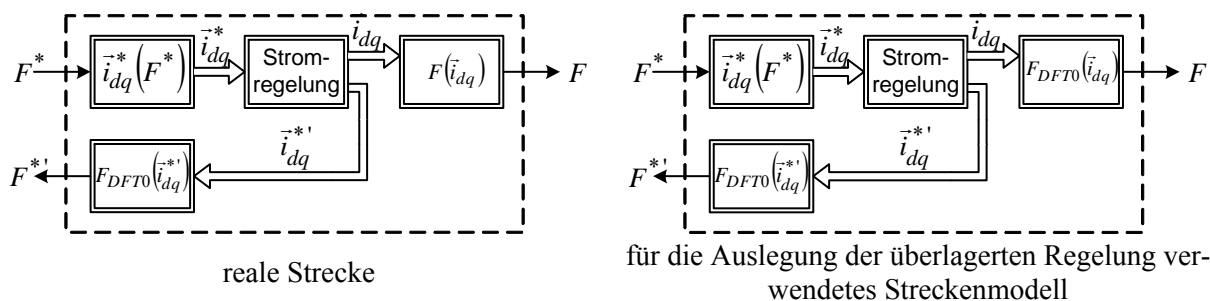


Abb. 58: Vereinfachter kraftbildender Regelkreis mit Rückführung eines Kraftsollwerts, der die Einhaltung der Stellgliedgrenzen sicherstellt

Die Struktur in Abb. 58/rechts vernachlässigt real auftretende Kraftoberwellen. Für die Einstellung der überlagerten Regelkreise und Beobachter kann der kraftbildende Regelkreis dann mit den für die Stromregelkreise bei linearem Verhalten angegebenen Übertragungsfunktionen angenommen werden. Darüber hinaus wird die magnetische Nichtlinearität auf die innerste Regelschleife begrenzt

## 5.2 Regelung von Geschwindigkeit und Lage mit einem universellen Störgrößenbeobachter

Nach [101] wird die konventionelle Geschwindigkeitsregelung mit einem PI-Regler mit Referenzmodell ausgeführt (vgl. Abb. 59). Da der offene Positionsregelkreis integrierendes Verhalten besitzt, genügt ein Proportional-Lagereger [100]. Das Referenzmodell approximiert das Übertragungsverhalten des geschlossenen Geschwindigkeitsregelkreises. Der Geschwindigkeitsregler besitzt im reinen Führungsverhalten, wenn  $\hat{v} \cong v$  gilt, Proportionalverhalten, im Störverhalten und bei Modellfehlern wird die Strecke durch den I-Anteil dem Referenzmodell nachgeführt. Bei dieser Struktur müsste die Geschwindigkeit direkt messbar sein, mit den üblicherweise verwendeten Inkrementalgebern lässt sich aber nur die Lage direkt messen, sodass die Struktur zur Ermittlung der Störgrößen so nicht unmittelbar geeignet ist. Trotzdem ist die Kaskadenstruktur aus Geschwindigkeitsregler und überlagertem Lagereger die in numerisch gesteuerten Werkzeugmaschinen vornehmlich eingesetzte Reglerstruktur [2,4,19,27].

In [29] werden verschiedene Kombinationen von Lage- und Geschwindigkeitsreglern verglichen. Die höchste dynamische Laststeifigkeit, wenn auch begleitet von stärkerer Welligkeit im Strom, wird sowohl durch einen proportionalen Lage- als auch Geschwindigkeitsregler erzielt, wobei die Störkraft für das Nominalsystem wie in Abb. 59 mit einem Referenzmodell nachgebildet wird. Dabei wird die Geschwindigkeit verzögerungsfrei mit einem Beobachter ermittelt. In [102] wird dargestellt, dass insbesondere für mechanisch steife Antriebe ein P-Geschwindigkeitsregler zusammen mit

einem Störgrößenbeobachter und einer Störgrößenaufschaltung dem PI- Geschwindigkeitsregler sowohl im Stör- als auch im Führungsverhalten überlegen ist.

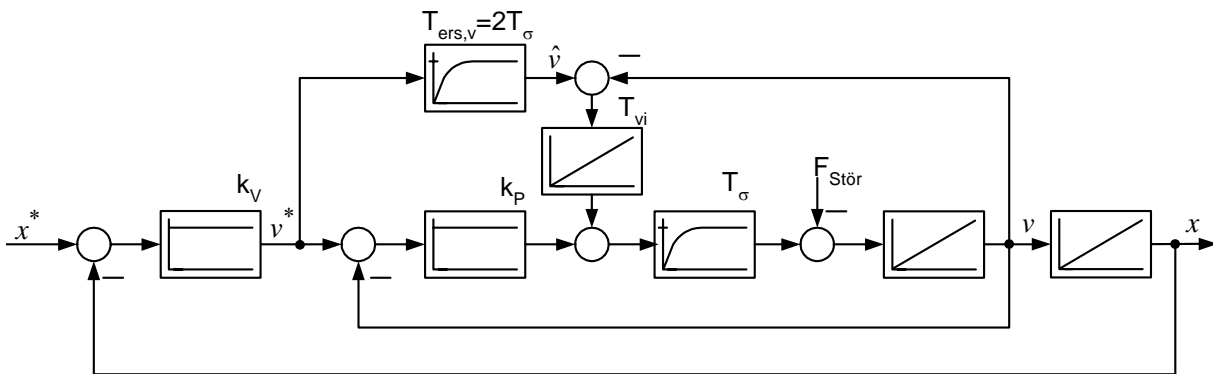


Abb. 59: Standardstruktur mit P-Lage- und PI-Geschwindigkeitsregler ( quasikontinuierliche Darstellung )

Hinsichtlich einer hohen Laststeifigkeit wurde zur Stabilisierung des Systems die Regelungsstruktur nach Abb. 60 gewählt. Dabei bezeichnet  $K_V$  die Geschwindigkeitsverstärkung und  $K_P$  die Verstärkung des Geschwindigkeitsreglers. Während mit den Reglerparametern das Führungsverhalten eingestellt wird, lässt sich mit dem Störkraftbeobachter das Störverhalten unabhängig optimieren [103]. Positiver Nebeneffekt der P-P-Lage- und Geschwindigkeitsregelung ist, dass mangels integrierender Regleranteile kein „Wind-up“ [80] auftreten kann. Das System zur Ermittlung der Störkraft und der Ist-Geschwindigkeit werde hier durch die begrenzte Sollkraft  $F^{*}$  ( vgl. 5.1.7 ) angesteuert, deren Verlauf die Grenzen der einprägbaren Spannung und der maximal zulässigen Kraft einhält.

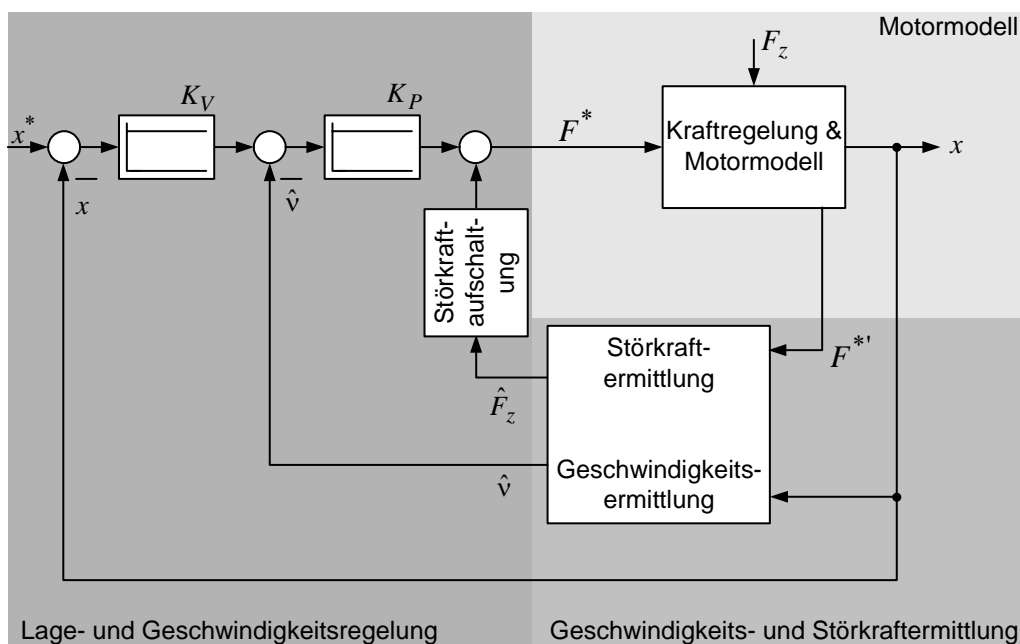


Abb. 60: Struktur der Lage- und Geschwindigkeitsregelung

Sowohl die Ermittlung der Geschwindigkeit als auch die Störgrößenbeobachtung und –aufschaltung beeinflussen das dynamische Verhalten der Lage- und Geschwindig-

keitsregelung wesentlich. Ein wenig verrauschter Geschwindigkeitsmesswert erlaubt hohe Reglerverstärkungen, sodass gepaart mit einer hochdynamischen Störkraftbeobachtung und –aufschaltung eine große Laststeifigkeit erzielt werden kann.

### 5.2.1 Verfahren zur Ermittlung der Geschwindigkeit

Mit inkrementellen Lagemesssystemen ist die mechanische Geschwindigkeit des Läufers nicht direkt messbar. Zwar ist die Verwendung von Tachogeneratoren zur Geschwindigkeitsermittlung [2] denkbar, allerdings ist deren Bandbreite und Genauigkeit begrenzt: Sie sind nur bedingt geeignet für kleine Geschwindigkeiten eines Lineardirektantriebs, und sie erhöhen die Systemkomplexität und damit die Ausfallwahrscheinlichkeit.

Stattdessen muss die Geschwindigkeit aus der gemessenen Lage ermittelt werden. Dazu kann die Lage direkt differenziert und u.U. gefiltert oder alternativ mit einem Beobachter bestimmt werden. Das Rauschen und die begrenzte Genauigkeit der gemessenen Lage liefern bei direkter Differenziation eine mit abnehmender Abtastzeit zunehmend verrauschte und ungenaue mittlere Geschwindigkeit im letzten Abtastintervall. Das Rauschen kann mit einem Mittelwertfilter oder einem rekursiven Filter reduziert werden, was allerdings dazu führt, dass die Verzögerungszeit zwischen tatsächlicher und gemessener Geschwindigkeit noch weiter anwächst. Sowohl das Rauschen in der gemessenen Geschwindigkeit als auch eine Verzögerungszeit wirken sich in einer geringeren Reglerverstärkung der Geschwindigkeitsregelung und damit in einer kleineren Steifigkeit der gesamten Antriebsregelung aus. An dieser Stelle sei erwähnt, dass sich die Verzögerungszeit der gefilterten Geschwindigkeit mit einem prädiktiven differenzierenden Filter [104] bis auf Null verkleinern lässt. Dies kann erreicht werden, indem man Annahmen über den Verlauf der Lage in Form eines polynomialen Ansatzes trifft und basierend auf den letzten Lageistwerten die Zukünftigen vorher sagt. An Unstetigkeitsstellen des Rucks ( Der Ruck ist in erster Näherung proportional zur eingprägten Spannung ) entstehen aber Fehler, die die Leistungsfähigkeit des Filters begrenzen.

Ein Beobachter bildet die Geschwindigkeit ebenfalls verzögerungsfrei nach. Das Beobachtermodell wird mit der gleichen Stellgröße wie die reale Strecke angesteuert, sodass bei Übereinstimmung von Beobachtermodell und Strecke im Führungsverhalten kein Beobachtungsfehler entsteht. Beobachtungsfehler treten nur bei Modellungenauigkeit und bei im Modell unberücksichtigten Störkräften auf und klingen mit der Beobachteredynamik ab. Im einfachsten Fall unterscheidet man den vollständigen oder LUENBERGER-Beobachter und den reduzierten Beobachter [31]. Der vollständige Beobachter schätzt alle Zustandsgrößen des Systems, während beim reduzierten Beobachter nur die nicht messbaren Zustandsgrößen geschätzt werden. Deutlich komplizierter und aufwändiger ist ein KALMAN-Filter, ein Beobachter, der die Signalqualität mit berücksichtigt [14].

In der Literatur werden verschiedene Varianten der Geschwindigkeitserfassung gegenüberstellend untersucht, z.B. [2,14,19,105,106], sodass hier auf einen detaillierten Vergleich verzichtet wird. An dieser Stelle sollen die wichtigsten Ergebnisse der angegebenen Literaturstellen kurz zusammengefasst werden. Während die Geschwindigkeitsermittlung mit einem differenzierenden Tiefpassfilter eine Kompromisslösung mit deutlichem Vorteil in der einfachen Realisierung ist, liegen die Stärken der Beobachterkonzepte eindeutig bei der erreichbaren Genauigkeit und Dynamik. Ein gut parametrierter KALMAN-Filter verspricht zwar die besten Ergebnisse bzgl. der Genauigkeit, allerdings ist der vollständige LUENBERGER-Beobachter nur marginal schlechter, besitzt aber einen deutlichen Parametrierungsvorteil.

In [107] werden Beobachter hinsichtlich erzielbarer Dynamik und Rechengeschwindigkeit verglichen, deren Differenzialgleichungen zeitdiskret oder zeitkontinuierlich gelöst werden. Dabei erweist sich die zeitdiskrete Realisierung als bester Kompromiss zwischen erreichbarer Dynamik und notwendigem Rechenaufwand. Die zeitdiskrete Zustandsdarstellung ergibt sich aus der Lösung der zeitkontinuierlichen Zustandsdifferenzialgleichung zum Zeitpunkt  $[k+1]$ . Die Systemdifferenzialgleichungen (85) sollen hier allein die Zustandsgrößen Lage und Geschwindigkeit beschreiben, während die gesteuerte Vorschubkraft  $F$  sowie die Störkraft  $F_z$  als Eingangsgrößen wirken.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\Phi} \cdot \begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} \cdot F(t) - \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} \cdot F_z(t) \quad (85)$$

Mit der Fundamentalmatrix  $e^{\Phi \cdot t}$  lautet deren Lösung

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = e^{\Phi(t-t_0)} \cdot \begin{pmatrix} x(t_0) \\ v(t_0) \end{pmatrix} + \int_{t_0}^t e^{\Phi(t-\tau)} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} \cdot (F(\tau) - F_z(\tau)) d\tau \quad (86)$$

Es werde vereinfachend angenommen, dass sich die gesteuerte Kraft  $F$  zwischen aufeinander-folgenden Abtastzeitpunkten linear ändert, während die Störkraft  $F_z$  zwischen den Abtastzeitpunkten konstant sei, sodass sich als Lösung für  $t = k \cdot T_A + T_A$  und  $t_0 = k \cdot T_A$  die zeitdiskrete Zustandsdifferenzialgleichung (87) ergibt:

$$\begin{pmatrix} x[k+1] \\ v[k+1] \end{pmatrix} = e^{\Phi T_A} \cdot \begin{pmatrix} x[k] \\ v[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{pmatrix} \cdot \int_{kT_A}^{(k+1)T_A} e^{\Phi(t-\tau)} \cdot \left( \frac{F[k+1] - F[k]}{T_A} \cdot (\tau - kT_A) + F[k] - F_z[k] \right) d\tau$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} x[k+1] \\ v[k+1] \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & T_A \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underline{A}_x} \cdot \begin{pmatrix} x[k] \\ v[k] \end{pmatrix} + \underbrace{\frac{T_A}{6m} \cdot \begin{pmatrix} T_A & 2T_A \\ 3 & 3 \end{pmatrix}}_{\underline{B}_x} \cdot \begin{pmatrix} F[k+1] \\ F[k] \end{pmatrix} + \underbrace{\frac{T_A}{2m} \cdot \begin{pmatrix} -T_A \\ -2 \end{pmatrix}}_{\underline{B}_z} \cdot F_z[k] \quad (87)$$

Zunächst bleibe eine Störkraft  $F_z$  unberücksichtigt. Eingangsgröße dieses betrachteten Systems ist nicht nur die aktuelle gesteuerte Kraft  $F[k]$ , sondern auch deren zukünftiger Wert  $F[k+1]$ . Da die unterlagerte Strom-/Flussregelung bis zum Zeitpunkt  $[k]$  bereits die begrenzte Spannung berechnet hat, die im Abtastintervall  $[k; k+1]$  eingepreist



wird, um die Vorschubkraft geeignet zu steuern, kann die zukünftige Vorschubkraft  $F[k+1]$  einfach prädiziert werden. Für eine unterlagerte Deadbeat-Regelung kann sie einfach aus dem bei Stellgliedbegrenzung modifizierten Kraft Sollwert (vgl. Abb. 58)  $\hat{F}[k+1] = F^*[k+1]$  abgeleitet werden, während bei unterlagerten PI-Reglern mit der Zustandsgleichung (71) und der im letzten Abtastintervall berechneten einzuprägenden Spannung der Strom  $\hat{i}_{dq}[k+1]$  ermittelt werden muss, aus dem sich wiederum die prädizierte Kraft  $\hat{F}[k+1] = F_{DFT,0}(\hat{i}_{dq}[k+1])$  ergibt.

Die Beobachterdifferenzgleichung lautet:

$$\begin{pmatrix} \hat{x}[k+1] \\ \hat{v}[k+1] \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_x & -\bar{H}_{12} \cdot (1 \ 0) \\ \hat{B}_x & \hat{F}[k+1] \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{x}[k] \\ \hat{v}[k] \end{pmatrix} + \bar{H}_{12} \cdot x[k] \quad (88)$$

Die mit Dach (^) versehenen Größen sind die geschätzten Zustandsgrößen und Systemmatrizen, die den tatsächlichen entsprechen. Der Beobachterrückführvektor  $\bar{H}_{12}$  wird zweckmäßigerweise so gewählt, dass sich reelle Doppelpole für den Beobachterentwurf ergeben [108]. Die Strecke und den zugehörigen Beobachter zeigt Abb. 61.

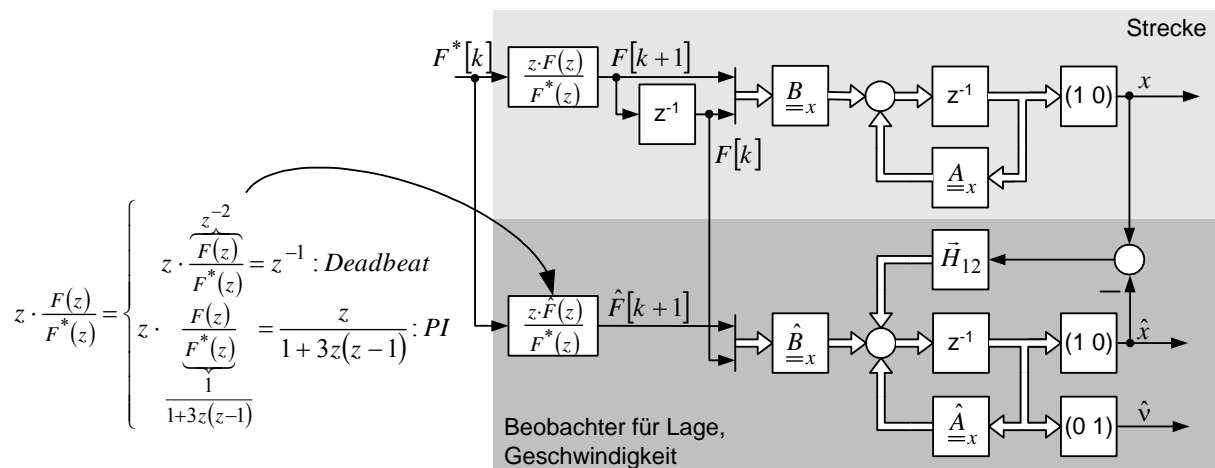


Abb. 61: Struktur von Strecke und vollständigem Luenberger-Beobachter für das System nach (87)

Die Beobachterstruktur kann zwar die Geschwindigkeit ermitteln, die stationäre Genauigkeit von Beobachter und gesamter Geschwindigkeitsregelung bei Einwirkung einer Störkraft  $F_z$  erfordert aber die Erweiterung des Beobachters um einem Störgrößenbeobachter, der die Abschätzung der Störkraft ermöglicht.

### 5.2.2 Erweiterung des vollständigen LUENBERGER-Beobachters um einen universellen Störgrößenbeobachter

I. Allg. wirken auf das System aus (87) nicht nur die gesteuerten, positionsunabhängigen Vorschubkräfte, sondern auch Oberwellen der gesteuerten Vorschubkraft, Bearbeitungskräfte und Reibkräfte in den Linearführungen. Deterministische Störkräfte wie

die Vorschubkraftoberwellen lassen sich durch ein Störgrößenmodell [14,37,109] berücksichtigen und geeignet kompensieren, allerdings ist die Notwendigkeit eines solchen Störmodells abhängig von der Bandbreite dieser deterministischen Störkräfte. Ggf. kann sogar die Geschwindigkeitsregelung die Oberwellen der Vorschubkraft auch ohne eine explizite Vorsteuerung kompensieren. Am untersuchten Antrieb ergibt sich bei einer maximalen Geschwindigkeit  $v_{\max} = 2 \text{ m/s}$  eine maximale Grundfrequenz  $f_1 \leq \frac{v_{\max}}{2\tau_p} = 26, \bar{6} \text{ Hz}$  und bei Dominanz der 6. Oberwelle als höchster signifikanter Ordnung der Kraftwelligkeiten eine maximale Bandbreite der deterministischen Störkräfte von  $f_{Fz} \leq 160 \text{ Hz}$ . Wie bereits erwähnt, wird das Geschwindigkeitspotenzial von Linearmotoren üblicherweise nicht ausgenutzt. Am untersuchten Antrieb beschränkt die Bandbreite des Lagegebers die Geschwindigkeit auf  $2 \text{ m/s}$ , während bei Vollaussnutzung der Wechselrichterausgangsspannung Geschwindigkeiten bis zu  $7 \text{ m/s}$  möglich wären. Dennoch ist eine maximale Vorschubgeschwindigkeit von  $2 \text{ m/s}$  bzw.  $120 \text{ m/min}$  heute in Werkzeugmaschinen durchaus gängig.

Die Bearbeitungsstörkräfte hängen in erster Linie vom Einsatzfall des Antriebs ab. So wirken beispielsweise bei Stoßbearbeitung nahezu sprungförmige Störkräfte. Beim Fräsen erhöht sich die Störkraft beim Werkzeugeingriff vergleichsweise langsam, während ein zyklischer Anteil hoher Frequenz durch den Zahneingriff des Fräasers überlagert ist. Bei modernen Bearbeitungsverfahren wie der Laserbearbeitung entstehen durch die Bearbeitung selbst überhaupt keine Störkräfte. Die Reibkräfte wirken hauptsächlich in den Wälzführungen. Sie setzen sich aus Anteilen trockener und viskoser Reibung und einem stochastischen Anteil zusammen, der vorzugsweise bei Linearführungen vorkommt. Die trockene Reibung ist unabhängig vom Betrag der Geschwindigkeit, besitzt aber beim Vorzeichenwechsel der Geschwindigkeit eine Unstetigkeitsstelle. Der stochastische Reibanteil entsteht durch den Eintritt der Wälzkörper aus der Rückführung in den tragenden Teil zwischen den Führungen. Das Spektrum der Reibkräfte ist im Wesentlichen abhängig von der Bewegungsgeschwindigkeit der Linearführungen [2].

Die Bearbeitungsstörkräfte sollen hier als sprungförmige Störkräfte mit statistisch unabhängigem Auftreten und zufälliger Sprunghöhe angenommen werden. Solche Signale lassen sich mit der Zustandsdifferentialgleichung (89) beschreiben.

$$\frac{dF_z}{dt} = \delta_z(t) \quad (89)$$

Das Eingangssignal  $\delta_z(t)$  ist ein weißes Rauschen mit zeitlich unkorrelierten Impulsen mit unabhängigen Amplituden und dem Erwartungswert  $E[\delta_z(t)] = 0$ . Somit lässt sich als realisierbares zeitdiskretes Störgrößenmodell ein (zeitdiskreter) Integrierer mit verschwindendem Eingangssignal angeben. Das Störmodell erweitert den Beobachter für Lage und Geschwindigkeit (90).

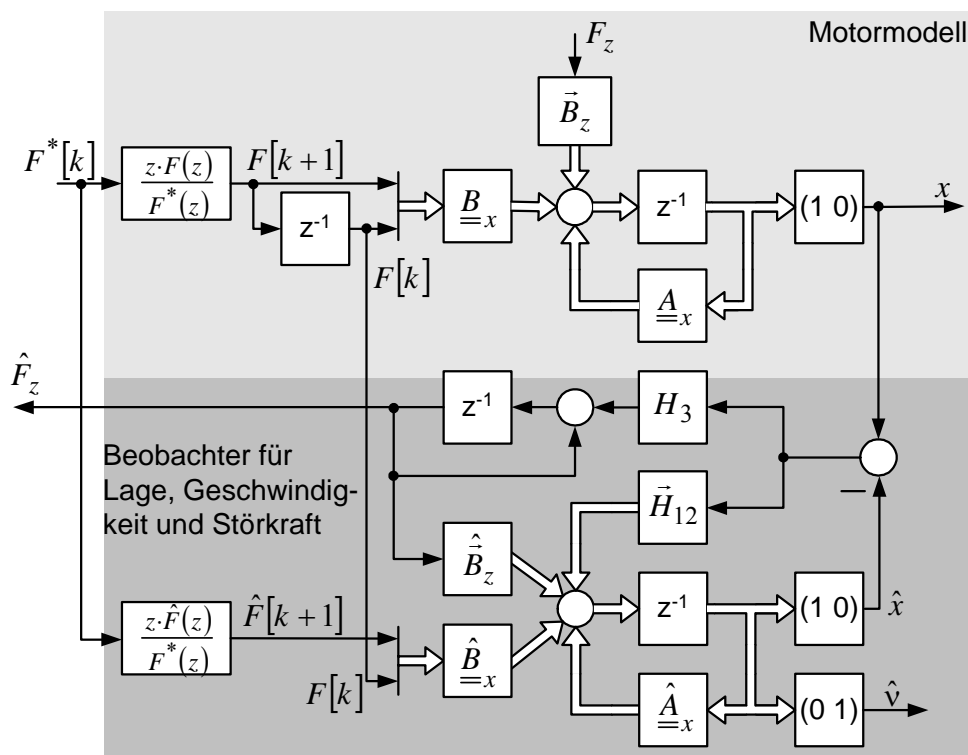


Abb. 62: Struktur des um ein universelles Störmodell erweiterten Beobachters (90)

Als Beobachterrückführung und korrigierendes Eingangssignal des Störbeobachters wirke auch hier der Lagebeobachtungsfehler.

$$\begin{pmatrix} \hat{x}[k+1] \\ \hat{v}[k+1] \\ \hat{F}_z[k+1] \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_x & \hat{B}_z \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{H}_{12} \\ H_3 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 0 \ 0) \cdot \begin{pmatrix} \hat{x}[k] \\ \hat{v}[k] \\ \hat{F}_z[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{B}_x \\ 0 \ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{F}[k+1] \\ F[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{H}_{12} \\ H_3 \end{pmatrix} \cdot x[k] \quad (90)$$

Die dazugehörige Struktur zeigt Abb. 62 .

### 5.2.3 Auslegung der Dynamik von Beobachter und Regelung

Je kleiner die Abtastzeit einer Regelung gewählt wird, desto kleiner ist der Steuerbarkeitsbereich, innerhalb dessen die Regelung ohne Ausnutzung der Stellgliedgrenzen linear arbeitet [31]. Im Großsignalverhalten kann es bedingt durch dynamische Anteile im Regler ggf. zu dessen „Windup“ kommen, was wiederum starkes Überschwingen der Regelgröße zur Folge hat ( Wie sich das systematisch vermeiden lässt, wird in [80] gezeigt und wurde anhand des Stromregelkreises diskutiert ).

Oftmals ist eine hohe Dynamik gefordert, um beispielsweise eine gute Störunterdrückung zu erzielen. Die sich ergebenden hohen Reglerverstärkungen können aber auch bei Reglern ohne dynamische Anteile ( wie hier ) bei großen Sollwertsprüngen zu unerwünschten nichtlinearen Überschwingern oder gar Grenzyklen führen [81,110]. Das soll kurz plausibel gemacht werden: Der Einfachheit wegen sei der kraftbildende Regelkreis als Proportionalglied angenommen. Lagesollwertsprünge mit wachsender Sprunghöhe führen dann bei linearem Übertragungsverhalten der Regelkreise zu

wachsenden maximalen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen. Ebenso ergibt sich für den Bremsweg bei linearem Übertragungsverhalten eine Proportionalität zur Maximalgeschwindigkeit. Ist die Beschleunigung aber begrenzt, so besteht zwischen maximaler Geschwindigkeit und dem Bremsweg bei zeitoptimaler Regelung ein quadratischer Zusammenhang. Demzufolge kommt es ggf. zu starkem Überschwingen über die Sollposition. Ob der Regelkreis eine derartige Schwingneigung besitzt, lässt sich mit einem Phasenkriterium abschätzen, das mit der Methode der harmonischen Balance abgeleitet wurde [81]. In der angegebenen Literaturstelle wird ein lineares Zusatznetzwerk diskutiert, das den Sollwert z.B. bei Weitbereichsführungssprüngen durch Aufschaltung eines zusätzlichen Sollwerts so manipuliert, dass das Phasenkriterium erfüllt ist. Das Verfahren lässt sich sowohl bei einer isolierten Singularität anwenden, als auch bei Kaskadenregelungen deren Begrenzungen von außen nach innen (zuerst der überlagerte Regelkreis) ansprechen und sich in umgekehrter Reihenfolge wieder ablösen.

In der Antriebstechnik treten mehrere Begrenzungen auf: die verfügbare Spannung, die maximale Vorschubkraft und Geschwindigkeit, wobei ggf. die Spannungsgrenze im innersten Regelkreis der Kaskadenstruktur als erstes anspricht. Diese Begrenzung der Stromanstiegsgeschwindigkeit wird in der Literatur als die für die Regelkreise dominante Singularität diskutiert [2,4,22]. Für Servomotoren wird daher eine kleine Induktivität gefordert, sodass die Dynamik des Stromregelkreis oft gegenüber den überlagerten Regelkreisen vernachlässigt und dieser als Proportionalglied angenähert wird [2,14,22]. Als Maß, um verschiedene Maschinen hinsichtlich ihrer dynamischen Eigenschaften zu vergleichen, können ihre Maschinenparameter in bezogener Form herangezogen werden.

$$L^* = \frac{\sqrt{2} \cdot I_N}{\frac{2}{3} \cdot U_d \cdot T_A} \cdot \bar{L} \quad (91)$$

Wird die bezogene Induktivität nach (91)<sup>9</sup> definiert, so gibt sie auch die minimale Anzahl der Abtastzyklen zum Erreichen des Nennstroms im Stillstand an. Ein Vergleich des untersuchten Linearmotors mit anderen Synchronlinearmotoren, z.B. aus [19], zeigt, dass der untersuchte Motor nicht hinsichtlich höchster Stromanstiegsgeschwindigkeit ausgelegt wurde. An dieser Stelle sei angemerkt, dass sich bei einer höheren maximalen Stromänderungsgeschwindigkeit auch immer die Stromwelligkeit erhöht.

	$\hat{I}_N / \text{A}$	$\bar{L} / \text{mH}$	$L^* @ T_A = 125 \mu\text{s}$
ETEL LM 11-100 (Quelle [19])	6,6	17,4	2,32
Untersuchter Linearmotor	33	$\approx 20$	13,2

Für die Regelung derartiger Maschinen mit begrenzter Stromanstiegsgeschwindigkeit

<sup>9</sup>  $\bar{L}$  bezeichne die wirksame mittlere Induktivität, als stromändernde Spannung wurde die Länge eines der diskreten Wechselrichter-Spannungsvektoren angenommen.

als dominanter Begrenzung schlägt [110] weitere Verfahren zur Vermeidung von In- bzw. Grenzstabilitäten vor. So wird beispielsweise bei drohender Instabilität die Reduzierung der Reglerdynamik von Lage- und Geschwindigkeitsregelung oder die Umschaltung einer zusätzlich berechneten Sollausgleichslage empfohlen.

Grundsätzlich sollten aber die Führungsgrößen der Bewegung stetig innerhalb der Grenzen (maximale(r) Ruck, Beschleunigung, Geschwindigkeit) der physikalischen Leistungsfähigkeit des Antriebs und der sicheren Steuerung der Mechanik (u.U. schwingungsfähig) generiert sein. Eine detaillierte Beschreibung der Führungsgrößenenerzeugung auch für Mehrachs-Kinematiken ist [18,101] zu entnehmen. Hier seien die Führungsgrößen für eine ruckbegrenzte Bewegungsführung des Antriebs vorausgesetzt.

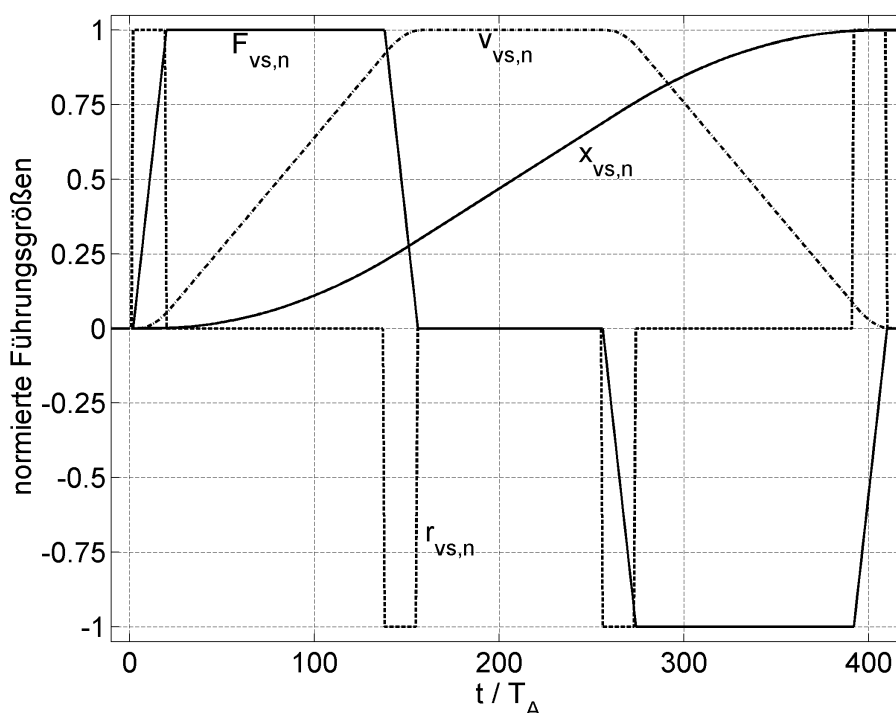


Abb. 63: Normierte Führungsgrößen für einen zeitoptimalen Bewegungsvorgang

Abb. 63 zeigt beispielhaft die auf ihre Grenzwerte ( $\frac{5}{6} \cdot F_N$ , 0,5 m/s, Stellspannung zu etwa 75% ausgenutzt) normierten Führungsgrößen für einen Bewegungsvorgang um 16,4 mm.

Unter dieser Voraussetzung sind unzulässig hohe Stromänderungsgeschwindigkeiten, die zu In- oder Grenzstabilität führen, nur aufgrund von großen Störkräften, Not-Halt oder Steuerungsfehlern zu erwarten. Im untersuchten Fall wurden die Störkräfte auf den Wertebereich  $|F_z| \leq \frac{1}{3} F_N$  begrenzt angenommen.

Die Regelung wurde hinsichtlich guten Störverhaltens optimiert, während das Führungsverhalten durch die Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft (vgl. 5.2.4) entsprechend einer zeitoptimal ruckgeführten Bewegung bestimmt war. Da für die Vorsteuerung eine funktionierende Regelung erforderlich ist, soll zuerst auf die Regelung und ihre Auslegung eingegangen werden.

### 5.2.3.1 Festlegung der Dynamik durch explizite Festlegung der Eigenwerte von Regelung und Beobachter

Nach dem Separationstheorem der Beobachterausslegung [31,111,112] lassen sich ein Beobachter mit erweiterndem Störmodell und ein Zustandsregler, der auch Zustände des Störmodells rückkoppelt, getrennt auslegen. Das Gesamtsystem besitzt dann sowohl die Eigenwerte des Beobachters als auch die der Regelung. Theoretisch wird das Separationstheorem verletzt, wenn Strecke und Beobachtermodell nicht exakt übereinstimmen, sodass u.U. bereits kleine Modellungenauigkeiten zu Abweichungen vom Nominalverhalten des Regelsystems führen. Insbesondere beruht der verwendete Störgrößenbeobachter nicht auf einem exakten Modell, sodass die Voraussetzungen für die Anwendung des Separationstheorems nur bedingt erfüllt sind. Trotzdem werden in der Regel Beobachter und Regler getrennt ausgelegt [2,14,19,27].

Integriert man den Stromregelkreis in die Zustandsdarstellung (87), so ergibt sich für die unterlagerte Deadbeat-Regelung die Zustandsdarstellung (92) bzw. für eine unterlagerte PI-Regelung die Zustandsdarstellung (93).

$$\begin{pmatrix} x[k+1] \\ v[k+1] \\ F_{+1}[k+1] \\ F[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_x & \underline{B}_x \\ \underline{0} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x[k] \\ v[k] \\ F_{+1}[k] \\ F[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot F^*[k] + \begin{pmatrix} \bar{B}_z \\ \bar{0} \end{pmatrix} \cdot F_z[k] \quad (92)$$

$$\begin{pmatrix} x[k+1] \\ v[k+1] \\ F_{+1}[k+1] \\ F[k+1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_x & \underline{B}_x \\ \underline{0} & \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x[k] \\ v[k] \\ F_{+1}[k] \\ F[k] \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{3} \\ 0 \end{pmatrix} \cdot F^*[k] + \begin{pmatrix} \bar{B}_z \\ \bar{0} \end{pmatrix} \cdot F_z[k] \quad (93)$$

Die P-P-Kaskadenregelung kann auch als Zustandsregelung interpretiert werden, wobei die Lage  $x$  mit dem Rückführkoeffizienten  $-K_V \cdot K_P$  und die Geschwindigkeit  $\hat{v} \cong v$  mit  $-K_P$  rückgekoppelt wird. Die restlichen Rückführkoeffizienten für  $F_{+1}$  und  $F$  sind Null. Durch diese Einschränkung lassen sich mit gegebener P-P-Lage und Geschwindigkeitsregelstruktur keine beliebigen Pollagen wählen. Daher ist die konventionelle sukzessive Einstellung der Lage- und Geschwindigkeitsregelung geeignet.

Abb. 64 zeigt die Wurzelortskurven des geschlossenen Geschwindigkeitsregelkreis in Abhängigkeit von der Verstärkung  $K_P$  des Geschwindigkeitsreglers. Die Gitterlinien innerhalb des Einheitskreises geben die Dämpfung (Herzkurven) und die natürliche Frequenz [31] der korrespondierenden Pole im  $s$ -Bereich entsprechend  $z = e^{s \cdot T_A}$  an. Die Pole werden so gewählt, dass sie eine geeignete Dämpfung (z.B.  $-\frac{\Re(s)}{|s|} = \sqrt{\frac{1}{2}}$  für die konjugiert-komplexen Pole) besitzen. Die Verstärkung des Lagereglers wird so einge-

stellt, dass im Kleinsignal-Störverhalten kein Überschwingen über die Solllage vor-  
kommt.

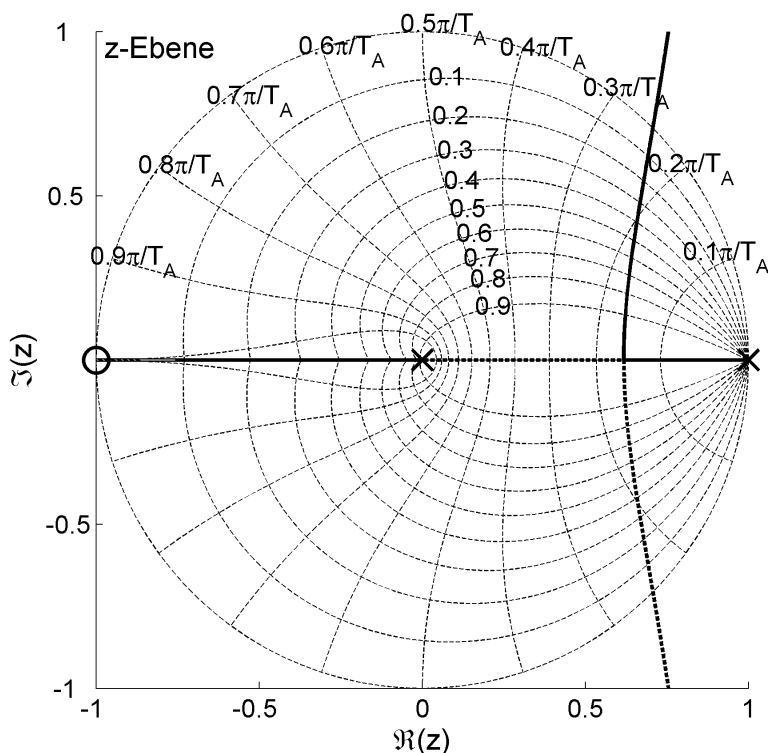


Abb. 64: Wurzelortskurve des geschlossenen Geschwindigkeitsregelkreis in Abhängigkeit von der Verstärkung  $K_p$  des Geschwindigkeitsreglers bei unterlagerter Deadbeat-Regelung

Die drei Pole des Beobachters (90) lassen sich dagegen mit den drei Beobachterkoeffizienten vollkommen frei einstellen. Hinsichtlich eines aperiodischen Systemverhaltens des Beobachters werden sie in der Regel als mehrfache reelle Pole  $z_B$  angesetzt [2,14,19,108]. Die Beobachterrückführkoeffizienten ergeben sich dementsprechend nach (94).

$$\begin{pmatrix} \vec{H}_{12} \\ H_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3z_B + 3 & \frac{1}{2T_A} (z_B^3 + 3z_B^2 - 9z_B + 5) & \frac{1}{mT_A^2} (z_B^3 - 3z_B^2 + 3z_B - 1) \end{pmatrix}^T \quad (94)$$

Anders als bei dieser Methode erfordert die numerische Parameteroptimierung im Zeitbereich nur die Kenntnis der Regelungsstruktur und die Parameter lassen sich a priori auf einen sinnvollen Wertebereich begrenzen.

### 5.2.3.2 Numerische Parameteroptimierung im Zeitbereich mit einem vektoriellen Gütefunktional

Die Qualität einer Regelung lässt sich auch ohne tiefgehende regelungstechnische Kenntnisse anhand von Gütekriterien im Zeitbereich bewerten. Bei dem angewandten Entwurfsverfahren handelt es sich um eine systematische Optimierung eines vektoriellen Gütekriteriums [97,113,114]. Die freien Regler- und Beobachterparameter werden

schrittweise so bestimmt, dass die Entwurfsanforderungen in Form eines Gütevektors sukzessive besser erfüllt werden. Dabei kann eine Vielzahl widerspruchsfreier Entwurfsanforderungen an das Regelverhalten gestellt werden. Entwurfsanforderungen können sowohl numerische Gütekriterien als auch Entwurfsbeschränkungen, z.B. die physikalischen Grenzen des sicheren Betriebs, sein. Um Stelleistung und Geräuschentwicklung als auch die innere Unruhe des geregelten Antriebs ( u.U. lassen sich sogar mechanische Resonanzen anregen ) gering zu halten, ist darauf zu achten, dass Regler- und Beobachterrückführkoeffizienten nicht zu groß gewählt werden. Ausschlaggebend ist dabei das Rauschen der jeweiligen Messgrößen.

Eine Auswahl möglicher numerischer Gütekriterien für den Entwurf einer Lageregelung zeigt Tabelle 3, mögliche Entwurfsbeschränkungen werden in Tabelle 4 dargestellt.

Tabelle 3: Formulierungen von numerischen Gütekriterien zur Beurteilung des Regelverhaltens

Nummer	Verbale Formulierung des Gütekriteriums	Numerisches Gütefunktional
1	Minimale quadratische Geschwindigkeitsregelabweichung	$J = \sum_{k=1}^N \left( v^* [k] - v[k] \right)^2 \rightarrow \text{Min}$
2	Minimale quadratische Lageregelabweichung	$J = \sum_{k=1}^N \left( x^* [k] - x[k] \right)^2 \rightarrow \text{Min}$
3	Maximale Lageregelabweichung	$J = \text{Max} \left( x^* [k] - x[k] \right) \mid \forall k \rightarrow \text{Min}$
4	Erreichen einer vorgegebenen An- oder Ausregelzeit ( $T_{\text{an}}^*$ oder $T_{\text{aus}}^*$ )	$J = \left  T_{\text{an}}^* - T_{\text{an}} \right  \rightarrow \text{Min}$ $J = \left  T_{\text{aus}}^* - T_{\text{aus}} \right  \rightarrow \text{Min}$
5	Minimale Abweichung von gewünschten Pollagen $z_i^*$ des geschlossenen Regelkreises	$J = \sum_{k=1}^n \left  z_i^* - z_i \right  \rightarrow \text{Min}$
6	Minimale Abweichung von einem vorgegebenen Frequenzverhalten ( Amplituden und Phasengang $A^*(f), \varphi^*(f)$ )	$J = \sum_{f=f_1}^{f_2} \left  A^*(f) - A(f) \right  \rightarrow \text{Min}$ $J = \sum_{f=f_1}^{f_2} \left  \varphi^*(f) - \varphi(f) \right  \rightarrow \text{Min}$
7	Minimale quadratische Stellenergie	$J = \sum_{k=1}^N \left( F^* [k] \right)^2 \rightarrow \text{Min}$
8	Minimale quadratische Beobachtungsfehler in Störkraft und Geschwindigkeit	$J = \sum_{k=1}^N \left( \hat{F}_z [k] - F_z [k] \right)^2 \rightarrow \text{Min}$ $J = \sum_{k=1}^N \left( \hat{v} [k] - v [k] \right)^2 \rightarrow \text{Min}$



Tabelle 4: Formulierungen von Entwurfsbeschränkungen für den Reglerentwurf

Nummer	Verbale Formulierung des Gütekriteriums	Entwurfsbeschränkung
1	Vorgabe des maximalen Überschwingens in die Solllage beim Positionieren	$\ddot{u} < \ddot{u}_{\max}$
2	Maximaler Stromrippel ( Verluste, Geräusch )	$\tilde{i} \leq \tilde{i}_{\max}$
3	Vorgabe des Maximalstroms	$ i  \leq i_{\max}$
4	Vorgabe der maximalen Stromänderungsgeschwindigkeit	$\left  \frac{di}{dt} \right  \leq \left  \frac{di}{dt} \right _{\max}$
5	Vorgabe eines maximalen Geschwindigkeitsrippels bei konstanter Geschwindigkeit	$\tilde{v} \leq \tilde{v}_{\max}$
6	Vorgabe einer maximalen Amplituden- oder Phasenreserve des Frequenzgangs ( $\Delta A(f_{180^\circ}), \Delta \varphi(f_{0dB})$ )	$\Delta A(f_{180^\circ}) \leq \Delta A_{\max}$ $\Delta \varphi(f_{0dB}) \leq \Delta \varphi_{\max}$
7	Vorgabe der maximalen Regler- und Beobachterkoeffizienten	$H_i \leq H_{i_{\max}},$ $K_V \leq K_{V_{\max}}, K_P \leq K_{P_{\max}}$

Hier soll die Regelung auf gutes Störverhalten optimiert sein, da gutes Führungsverhalten mittels einer Führungsgrößenvorsteuerung sichergestellt werden soll. Dazu wurden Lastsprünge verschiedener Höhe simuliert und anschließend mit einem vektoriellen Gütekriterium bewertet. Das vektorielle Gütekriterium inklusiv der Entwurfsbeschränkung lautet gemäß (95):

$$\vec{J} = \left( \begin{array}{l} \sum_{k=1}^N (v^*[k] - v[k])^2 \\ \sum_{k=1}^N (x^*[k] - x[k])^2 \\ \text{Max}(x^*[k] - x[k]) \\ \sum_{k=1}^N (\hat{v}[k] - v[k])^2 \\ \sum_{k=1}^N (\hat{F}_z[k] - F_z[k])^2 \\ \sum_{k=1}^N (F^*[k] - F_z[k])^2 \\ |F| \leq F_{\max} \quad \text{Entwurfbeschränkung} \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \text{Gütekriterien} \quad (95)$$

Zunächst wird das Gütekriterium für einen unkritischen Koeffizientenvektor  $\vec{K} = (K_V \quad K_P \quad \vec{H}_{12}^T \quad H_3)$  als obere Schranke für den Gütevektor berechnet. Dabei muss gewährleistet sein, dass die Entwurfsbeschränkungen eingehalten werden. Zu Beginn des iterativen Verfahrens gilt daher (96).

$$\vec{J}(\vec{K}) \leq \vec{c}^0 = \vec{J}(\vec{K}^0) = (c_1^0 \quad c_2^0 \quad c_3^0 \quad c_4^0 \quad c_5^0 \quad c_6^0 \quad c_7^0) \quad \text{bzw.} \quad J_i(\vec{K}) \leq c_i^0 \quad (96)$$

Ziel der Optimierung ist es, den Gütevektor zu minimieren. Dazu führt man die skalare Größe  $\alpha(\vec{K})$  entsprechend (97) ein und minimiert diese.

$$\vec{J}(\vec{K}) \leq \alpha(\vec{K}) \cdot \vec{c}^0 \quad \text{mit} \quad \alpha(\vec{K}) = \max_i \left\{ \frac{J_i(\vec{K})}{c_i^0} \right\} \geq \frac{J_i(\vec{K})}{c_i^0} \quad (97)$$

Die Bestimmung eines minimalen  $\alpha$  führt auf die unbeschränkte Optimierungsaufgabe  $\min_{\vec{K}} \alpha(\vec{K})$  mit der skalaren Zielfunktion  $\alpha$ .

Nach der ersten Entwurfsoptimierung mit dem Vorgabevektor  $\vec{c}^0$  ergibt sich der Parametervektor  $\vec{K}^1$  mit  $\vec{J}(\vec{K}^1) < \vec{c}^0$ . Im nächsten bzw. allgemein dem  $(\eta+1)$ -ten Entwurfsschritt wird der Vorgabevektor  $\vec{c}^{\eta+1}$  zweckmäßigerweise so gewählt, dass gilt:

$$\vec{J}(\vec{K}^{\eta+1}) < \vec{c}^{\eta+1} \leq \vec{c}^{\eta} \quad (98)$$

Für die Entwurfsbeschränkungen ist  $c_i^{\eta+1} = c_i^{\eta}$  zu wählen, während die Vorgabewerte für die Gütekriterien stets kleiner oder gleich dem Vorgabewert des letzten Entwurfsschritts sein sollten  $J_i(\vec{K}^{\eta+1}) \leq c_i^{\eta+1} \leq c_i^{\eta}$ . Für die ausreichend erfüllten Gütekriterien wählt man  $c_i^{\eta+1} = c_i^{\eta}$ , für die verbesserungsbedürftigen  $c_i^{\eta+1} < c_i^{\eta}$ . Dadurch, dass der Vorgabevektor kleiner als der letzte Vorgabevektor, aber größer als der im letzten Entwurfsschritt erzielte Gütevektor gewählt wird, nimmt die Folge von Vorgabevektoren bei gleichzeitiger Gewährleistung der Realisierbarkeit monoton ab. Die Richtung der nächsten Verbesserung bzw. die Auswahl, welche Gütekriterien verbessert werden sollen, ist immer von der Wahl der Vorgabewerte entsprechend einem ingenieurmäßigen Urteil abhängig. Für detailliertere Informationen sei hier auf die angegebene Literatur verwiesen.

Für die eigentliche Optimierung wurde ein evolutionärer Algorithmus verwendet, da dieser unempfindlich gegenüber lokalen Minima der Zielfunktion ist. Es wurde eine MATLAB-Toolbox [115] eingesetzt und während der Optimierung für jedes Individuum (jeweils ein Parametersatz) <sup>10</sup> eine MATLAB/-SIMULINK-Simulation des Antriebs ausgewertet, für die der kraftbildende Regelkreis entsprechend 4.4 abstrahiert <sup>11</sup> wurde.

Abb. 65 zeigt die resultierenden Eigenwerte für Beobachter und Regelung ( $\diamond$  bzw.  $\star$ ) und zum Vergleich direkt vorgegebene Pole ( $\circ$ , vgl. 5.2.3.1) für die folgenden Parametersätze bei unterlagelter kraftbildender Deadbeat- bzw. PI-Regelung und einer Abtastzeit  $T_A = 125 \mu\text{s}$ .

<sup>10</sup> Festgestellt wurde, dass 50 Generationen mit jeweils 80 Individuen (insgesamt 4000 Simulationen) für einige wenige iterative Optimierungen zum Zielparametersatz führten.

<sup>11</sup> Für Untersuchungen der überlagerten Regelung ist eine detaillierte Nachbildung des WR mit PWM nicht zwangsläufig erforderlich und aus Zeitgründen nicht sinnvoll.

	$K_V / s^{-1}$	$K_P / \frac{N \cdot s}{m}$	$(\bar{H}_{12} \ H_3)^T$	Art
◇	665,8	1,3313e5	$(1,94 \ 6129 \cdot s^{-1} \ -3e8 \cdot N/m)$	Deadbeat
★	732,1	1,0414e5	$(1,2726 \ 8152 \cdot s^{-1} \ -2,715e8 \cdot N/m)$	PI
○	700	1,65e5	$(0,78 \ 1552 \cdot s^{-1} \ -9,22e7 \cdot N/m)$	Deadbeat, vgl. 5.2.3.1

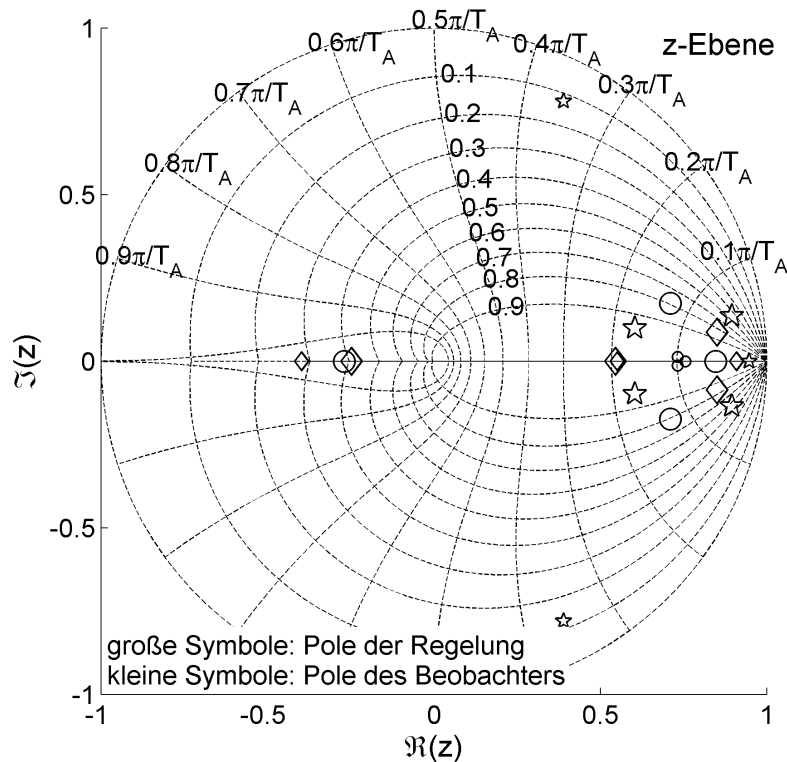


Abb. 65: Eigenwerte der Regelung und des Beobachters bei Deadbeat- (◇, ○ nach 5.2.3.1) und PI-Regelung (★) und  $T_A = 125 \mu s$

### 5.2.3.3 Simulationsergebnisse des Störverhaltens bei Lastsprüngen und bei harmonischer Anregung

In der Simulation ist die Isolierung real auftretender Störeinflüsse wie Reibung, mechanischer Resonanzen oder Messrauschen möglich – im Störverhalten zeigen die Simulationsergebnisse die Reaktion des mechanisch steifen Antriebssystems auf Lastsprünge unter Ausschluss weiterer Störkräfte, Messrauschen wurde unterdrückt. Wie am Teststand sollte die Reaktion des Antriebs auf Lastsprünge unterschiedlicher Größe zur Evaluation der Laststeifigkeit untersucht werden. Bei elektromechanischen Vorschubantrieben mit indirektem Lagemesssystem<sup>12</sup>, bei denen im Kraftfluss mechanische Übertragungsglieder liegen, gibt die statische Laststeifigkeit das Verhältnis aus statischer Lastkraft und der bleibenden Lageregelabweichung aufgrund einer stati-

<sup>12</sup> z.B. ein Kugelgewindespindelantrieb mit einem Drehgeber auf der Motorwelle zur Messung der Position des Vorschubschlittens

schen elastischen Verformung dieser mechanischen Bauteile an. Bei Antriebssystemen mit direktem Lagemesssystem, u.a. bei Direktantrieben, kann eine bleibende Regelabweichung durch die Regelung vollkommen kompensiert werden, sodass die statische Laststeifigkeit einen unendlich hohen Wert annimmt<sup>13</sup> [22].

Für Lineardirektantriebe sind die dynamische Steifigkeit oder die dynamische Nachgiebigkeit charakterisierende Kenngrößen. Die dynamische Steifigkeit ist definiert als der elastische Verformungswiderstand einer Struktur gegenüber einer äußeren dynamischen Kraft [116]. Ihr reziproker Wert ist die dynamische Nachgiebigkeit. Für Lineardirektantriebe, deren elastische Nachgiebigkeit von den dynamischen Regeleigenschaften als auch von der Masse des Vorschubschlittens abhängt, wird der dynamische Steifigkeits-  $c_{\text{dyn}}$  bzw. Nachgiebigkeitkennwert  $d_{\text{dyn}}$  entsprechend (99) angegeben. Dabei gibt  $\Delta F_z$  die Sprunghöhe eines Lastsprungs und  $\Delta x|_{\text{Max}}$  den maximalen Lagefehler an [2,22].

$$c_{\text{dyn}} = \frac{\Delta F_z}{\Delta x|_{\text{Max}}} ; d_{\text{dyn}} = \frac{\Delta x|_{\text{Max}}}{\Delta F_z} \quad (99)$$

Unabhängig von der jeweiligen Regelstruktur gilt der folgende Zusammenhang:

$$c_{\text{dyn}} \sim m \quad (100)$$

Die dynamische Steifigkeit verhält sich proportional zur Gesamtmasse des bewegten Maschinenteils ( u.U. mit Werkstück ).

Abb. 66 stellt die Lastsprungantworten des Lagefehlers auf Lastsprünge verschiedener Sprunghöhen für unterlagerte Deadbeat- und PI-Regelung im kraftbildenden Regelkreis für verschiedene Abtastzeiten gegenüber.

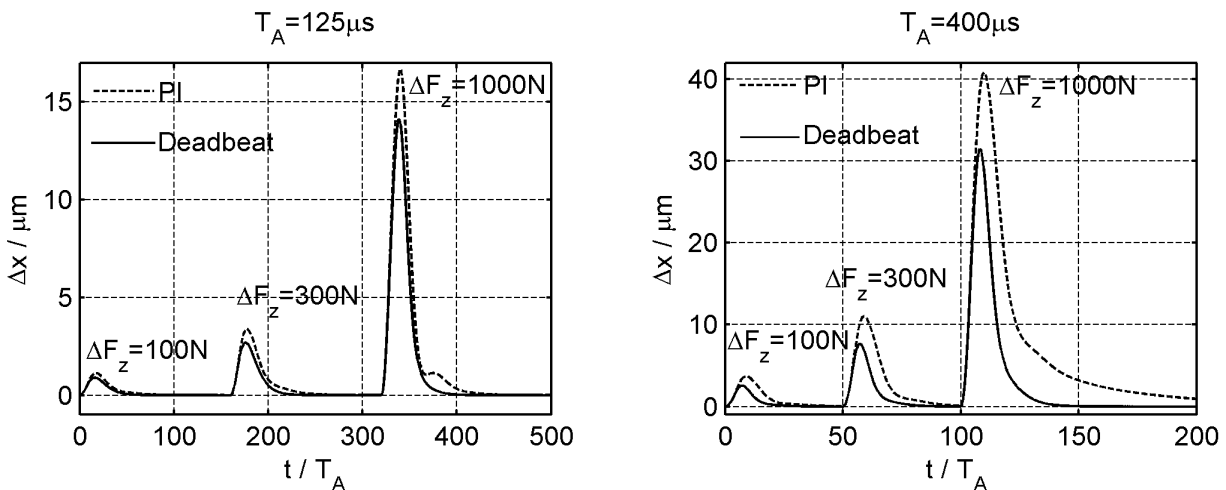


Abb. 66: Lastsprungantworten der Lage für verschiedene Sprunghöhen  $\Delta F_z$  für Deadbeat- und PI-Regelung im kraftbildenden Regelkreis; links für eine Abtastzeit von  $125 \mu\text{s}$ , rechts für  $400 \mu\text{s}$

Unabhängig von der Abtastzeit lässt sich mit unterlagelter Deadbeat-Regelung auf-

<sup>13</sup> Das gilt selbstverständlich nur für den Fall, dass die maximale Vorschubkraft nicht überschritten wird!

grund deren höherer Dynamik erwartungsgemäß eine deutlich höhere dynamische Laststeifigkeit als mit PI-Regelung erzielen.

$c_{\text{dyn}} / d_{\text{dyn}}$	$T_A = 125 \mu\text{s}$	$T_A = 400 \mu\text{s}$
Deadbeat-Regelung	$111,6 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}} / 8,96 \frac{\text{nm}}{\text{N}}$	$39,2 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}} / 25,5 \frac{\text{nm}}{\text{N}}$
PI-Regelung	$88,8 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}} / 11,26 \frac{\text{nm}}{\text{N}}$	$27,1 \frac{\text{N}}{\mu\text{m}} / 36,9 \frac{\text{nm}}{\text{N}}$

Die dynamische Laststeifigkeit kennzeichnet das lineare Störverhalten des Linearantriebs. Bei einer Sprunghöhe von  $\Delta F_z = 1000\text{N}$  wird der lineare Bereich sowohl für PI- als auch für Deadbeat-Regelung verlassen. Im nichtlinearen Bereich besteht keine Unabhängigkeit zwischen Sprunghöhe und zugehöriger Nachgiebigkeit! Für die Nichtlinearität ist hier nicht die Maximalkraft ausschlaggebend, sondern die die Stromanstiegsgeschwindigkeit begrenzende Stellspannung.

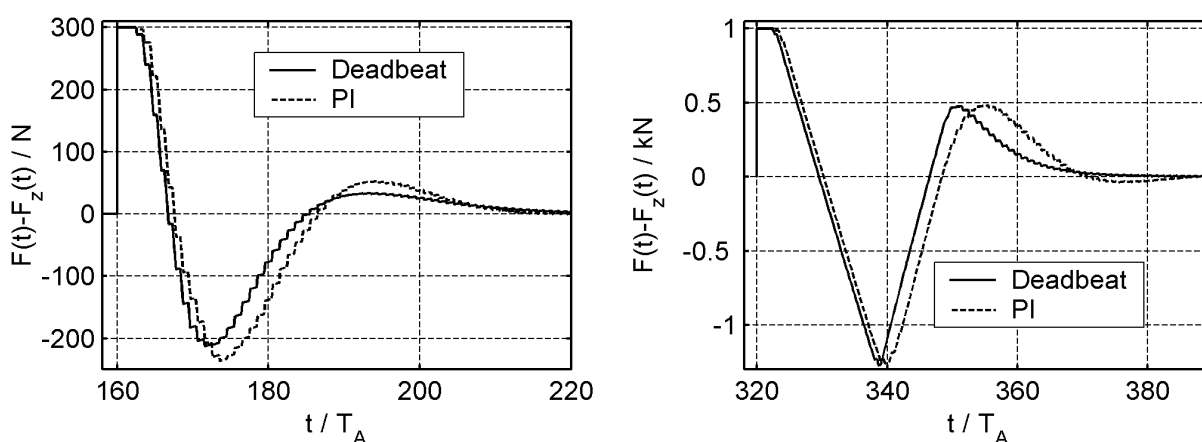


Abb. 67: Beschleunigende Vorschubkraft im Vergleich zwischen Regelung mit unterlagertem Deadbeat- und PI-Stromregler ( $T_A=125\mu\text{s}$ ) bei verschiedenen Lastsprüngen ( links/rechts:  $\Delta F_z=300\text{N}/1000\text{N}$  )

Vergleicht man die beschleunigenden Vorschubkräfte, z.B. entsprechend Abb. 67, so ändert sich die Kraft bei Nichtlinearität annähernd linear ( bei Steuerung an der Spannungsgrenze ), während der Stromanstieg bei linearem Verhalten nicht durch die verfügbare Spannung begrenzt wird. Obwohl auch bei PI-Stromregelung und gleichzeitig großem Lastsprung die maximale Stromanstiegsgeschwindigkeit ausgenutzt wird, dauert es länger, diese zu erreichen als mit Deadbeat-Regelung. Die Verzögerung zwischen Stromanstieg bei PI- und Deadbeat-Regelung verursacht die höhere Nachgiebigkeit bei PI-Regelung. Je größer die Abtastzeit, desto größer ist auch der Steuerbereich der Störkraft, für den sich ein linearer Betrieb ergibt. Die deutlich höhere Diskrepanz der Nachgiebigkeiten zwischen linearem ( hier  $\Delta F_z=100\text{N}, 300\text{N}$  ) und nichtlinearem Betrieb ( hier  $\Delta F_z=1000\text{N}$  ) für die kleinere Abtastzeit deutet dies an. Allerdings steigt auch die dynamische Nachgiebigkeit mit wachsender Abtastzeit erheblich an.

Abb. 68 zeigt die Betragsfrequenzgänge der Übertragungsfunktion von beschleunigender Vorschubkraft zur Störkraft. Bei einer Abtastzeit von  $125/400\mu\text{s}$  ergibt sich bis

zu einer Frequenz von etwa 150/90Hz eine Bedämpfung der Störkraft. Darüber kommt es u.U. sogar zur Verstärkung der Störkraft. Die als Störkräfte interpretierten Oberwellen der Vorschubkraft aufgrund von Unsymmetrie, Sättigung und Nutung  $f_{Fz} \leq 160$  Hz werden durch die Regelung insbesondere für die große Abtastzeit  $T_A = 400\mu\text{s}$  nur für kleine Geschwindigkeiten ausreichend bedämpft. U.U. auftretende Resonanzen hoher Frequenz werden sogar weiter angefacht (im Verstärkungsband) und nur durch die zusätzliche mechanische Reibung bedämpft. Grund ist die begrenzte Bandbreite der verwendeten Störkraftbeobachtung, da die Verstärkung des Störkraftintegrierers aufgrund des Rauschens im Lagemesssignal begrenzt ist. Hier sind ggf. zusätzliche Maßnahmen zur Rekonstruktion der Störkräfte erforderlich (z.B. Einsatz eines schwingungsfähigen Störkraftbeobachters [111]).

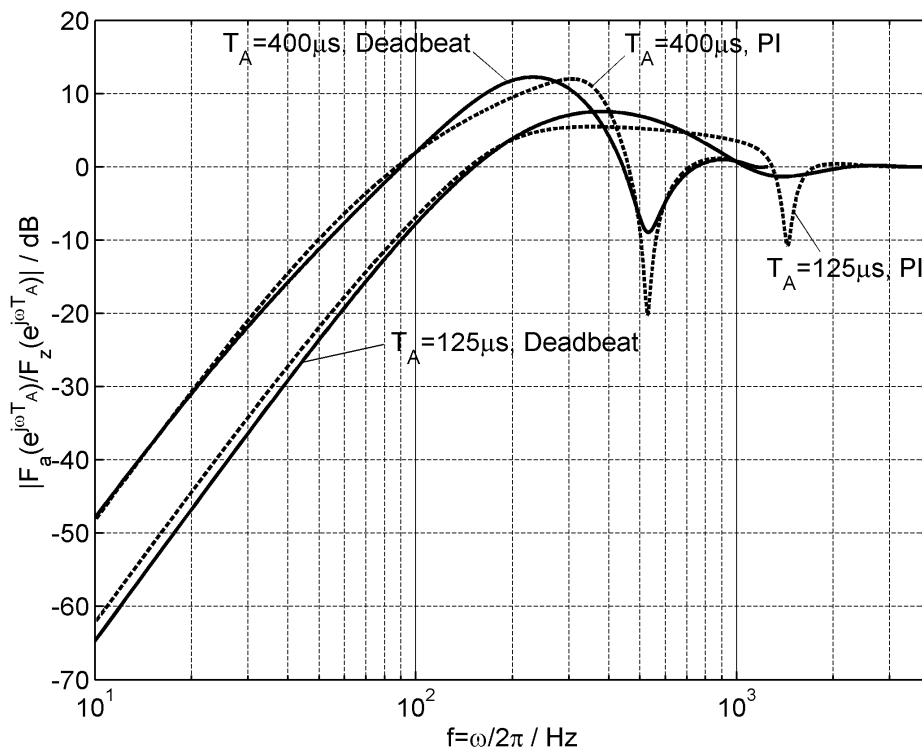


Abb. 68: Amplitudengang der Übertragungsfunktion von beschleunigender Vorschubkraft zu Störkraft

Eine bewegungsrichtungsabhängige Reibungskraft begünstigt die dynamische Laststeifigkeit und verschlechtert die Ausregelung der Störung.

#### 5.2.4 Erhöhung der Genauigkeit der Regelung im Führungsverhalten durch Vorsteuerung

Die Reglerparameter  $K_V$  und  $K_P$  der Regelung nach Abb. 60 bestimmen nicht nur das dynamische Verhalten der Regelung im Führungs- und Störverhalten; insbesondere im Führungsverhalten begrenzen ihre Wertebereiche u.U. die Genauigkeit explizit. So ist ein hoher  $K_V$ -Faktor ein Maß für eine gute Genauigkeit. Ein Zahlenbeispiel: Bei einer Geschwindigkeitsverstärkung  $K_V = 30\text{m/min/mm}$  ergibt sich bei einer konstanten Verfahrensgeschwindigkeit von  $v = 120\text{m/min}$  ein Schleppfehler  $\Delta x = x^* - x = 4\text{mm}$ . Dieser

Schleppfehler lässt sich für die angegebene Struktur nur durch Erhöhung der Geschwindigkeitsverstärkung  $K_V$  reduzieren. Der Wertebereich der Reglerparameter wird aber durch den Stabilitätsbereich begrenzt. Darüberhinaus spielt das Erreichen der Spannungsgrenze bzw. die Grenze des linearen Bereichs bei Einwirkung von Störkräften eine Rolle. Bei zu großen Reglerparametern werden kleinste Regelabweichungen (z.B. das Messrauschen) stark verstärkt, wodurch sich die Unruhe des Antriebs und somit die Verlustleistung [4] erhöhen.

Eine Führungsgrößenvorsteuerung verbessert die erzielbare Genauigkeit dagegen um ein Vielfaches. Eingangsgröße der Lageregelung moderner NC- Werkzeugmaschinen ist nicht nur die Solllage, sondern auch die dazugehörige Sollgeschwindigkeit und – beschleunigung für eine vorgegebene ruckbegrenzte Bewegungsführung (vgl. Abb. 63).

Gängige Vorsteuerverfahren sind die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvorsteuerung [18,101,117,118,119]. Dabei besitzt die Beschleunigungsvorsteuerung gegenüber der Geschwindigkeitsvorsteuerung i.d.R. ein deutlich überlegenes Steuerverhalten.

#### 5.2.4.1 Vorsteuerung der Beschleunigung bzw. der beschleunigenden Vorschubkraft

Voraussetzung für eine gute Beschleunigungsvorsteuerung ist die genaue Kenntnis der Maschinenmasse, da die Maschine primär die beschleunigende Vorschubkraft, nicht die Beschleunigung steuert. Unterscheidet sich die für die Berechnung der Sollwerte angenommene von der tatsächlichen Masse, so verschlechtert sich die Qualität des Führungsverhaltens gegenüber dem Nominalverhalten und ist dann mitgeprägt vom Störverhalten der gesamten Regelung. Abb. 69 zeigt eine verwendete Beschleunigungsvorsteuerung bzw. genauer die Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft  $F_{vs}$ . Die Filter in den Vorsteuerpfaden für Lage und Geschwindigkeit besitzen die Übertragungsfunktionen  $\frac{x(z)}{F^*(z)}$  und  $\frac{\hat{v}(z)}{F^*(z)}$ , sodass im reinen Führungsverhalten keine

Regelabweichung an den Eingängen der Lage- und Geschwindigkeitsregler auftreten. Die Regler dienen dann nur noch der Stabilisierung und dem Ausregeln von Störungen. Bei Verwendung des vorgestellten Beobachters zur Geschwindigkeitsermittlung stimmt die ermittelte Geschwindigkeit  $\hat{v}(z)$  im Führungsverhalten für das Nominalsystem mit der tatsächlichen überein, sodass das System zur Geschwindigkeitsermittlung im Geschwindigkeitsvorsteuerpfad unberücksichtigt bleibt.

Die Filterübertragungsfunktionen in den Vorsteuerpfaden (vgl. Tabelle 5) richten sich nach der Dynamik des unterlagerten kraftbildenden Regelkreis bzw. des Stromregelkreises (vgl. Abschnitt 5.1.7).

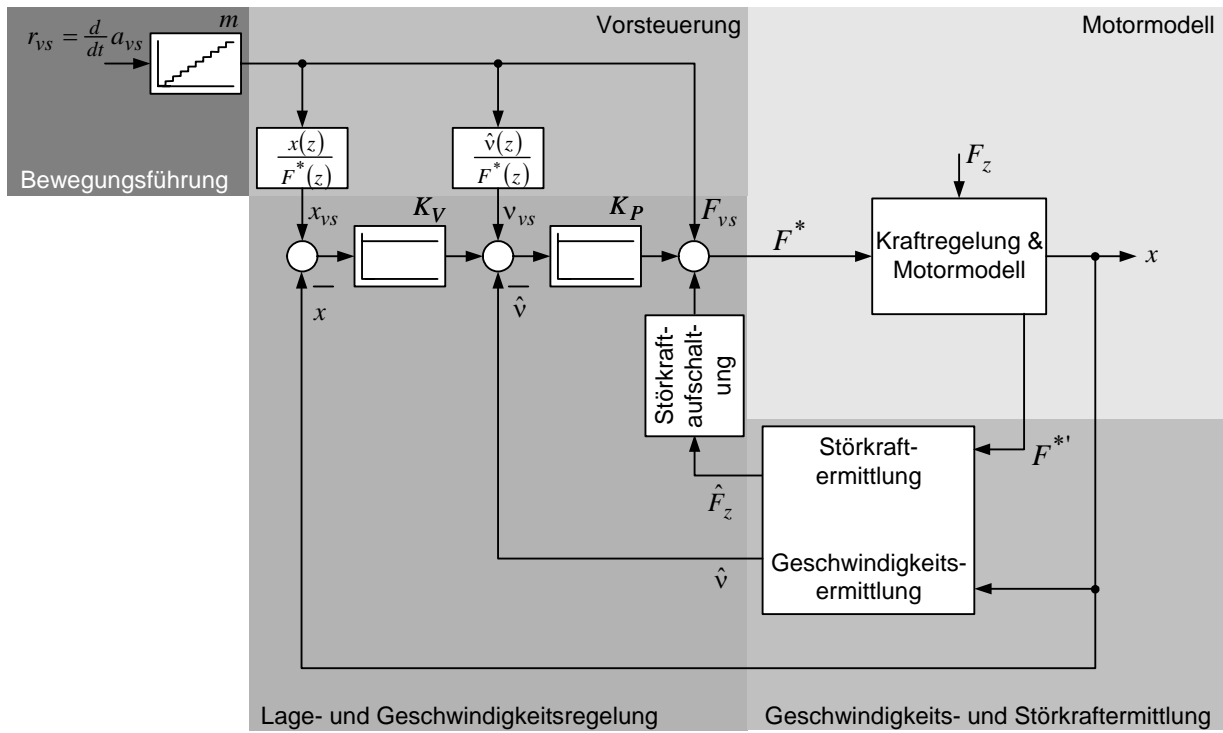


Abb. 69: Regelstruktur mit Beschleunigungsvorsteuerung

Tabelle 5: Filterübertragungsfunktionen in den Vorsteuerpfaden

Filterübertragungsfunktion	bei Deadbeat- Strom-/ Flussregelung	bei PI-Stromregelung
$\frac{x(z)}{F^*(z)}$	$\frac{T_A^2}{6m} \cdot \frac{z^2 + 4z + 1}{z^2 (z-1)^2}$	$\frac{T_A^2}{6m} \cdot \frac{z^2 + 4z + 1}{[1 + 3z(z-1)] \cdot (z-1)^2}$
$\frac{v(z)}{F^*(z)}$	$\frac{T_A}{2m} \cdot \frac{z + 1}{z^2 (z-1)}$	$\frac{T_A}{2m} \cdot \frac{z + 1}{[1 + 3z(z-1)] \cdot (z-1)}$

### 5.2.4.2 Simulationsergebnisse des Führungsverhaltens mit Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft

Das Führungsverhalten mit Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft ist allein durch die Dynamik des kraftbildenden Regelkreises geprägt. Bei gegebener Geschwindigkeit  $v$  legt die Verzögerungszeit  $T_V$  zwischen Kraft Sollwert und Kraft Istwert bzw. zwischen Strom Soll- und -Istwert den Schleppabstand  $\Delta x$  zwischen Lagesoll und -Istwert fest ( Die Verzögerungszeit  $T_V$  ist die Totzeit zwischen Soll- und Istwert und gleich der negativen Phase der Übertragungsfunktion bezogen auf die Kreisfrequenz.<sup>14</sup> ).

$$\Delta x = T_V \cdot v \tag{101}$$

<sup>14</sup> weitere Informationen in Abschnitt 6.2.2



Abb. 70 zeigt die Frequenzgänge der Verzögerungszeiten der geschlossenen kraftbildenden Regelkreise mit PI- bzw. Deadbeat-Regler und zum Vergleich die Verzögerungszeit des geschlossenen Geschwindigkeitsregelkreises mit unterlagerter Deadbeat-Regelung. Die Verzögerungszeit der PI-Regelung ist gut 50% größer als die der Deadbeat-Regelung. Durch Verringern der Abtastzeit  $T_A$  lässt sich die Verzögerungszeit des geschlossenen Stromregelkreises in gleichem Maß reduzieren. Hier ist zu beachten, dass auch bei PI-Regelung die Abtastzeit  $T_A$  die maßgebende Zeitkonstante für die Dynamik ist.

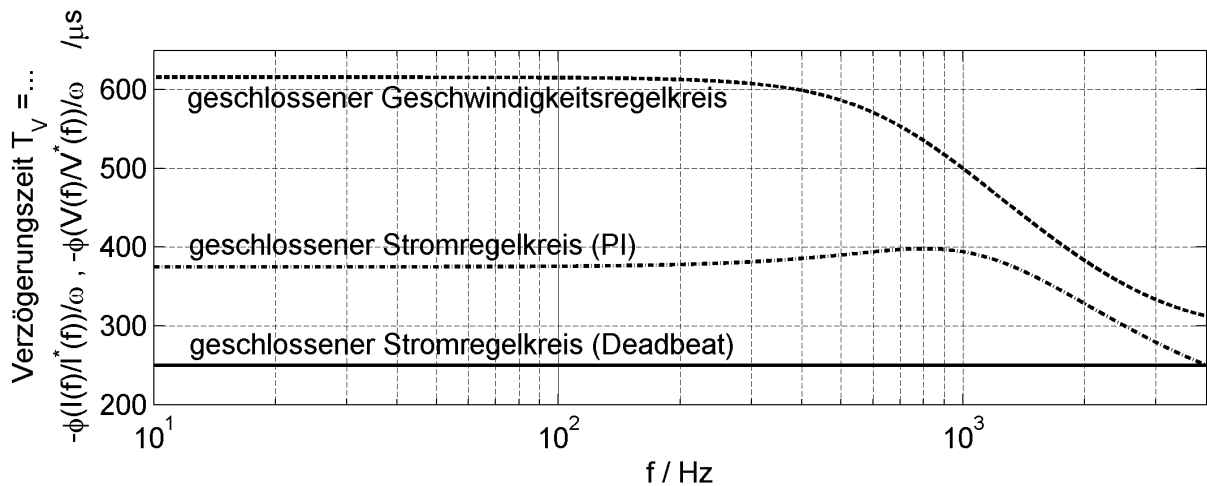


Abb. 70: Frequenzgang der Verzögerungszeit verschiedener, geschlossener Regelkreise ( $\phi(H(f)) = \angle H(f)$ )

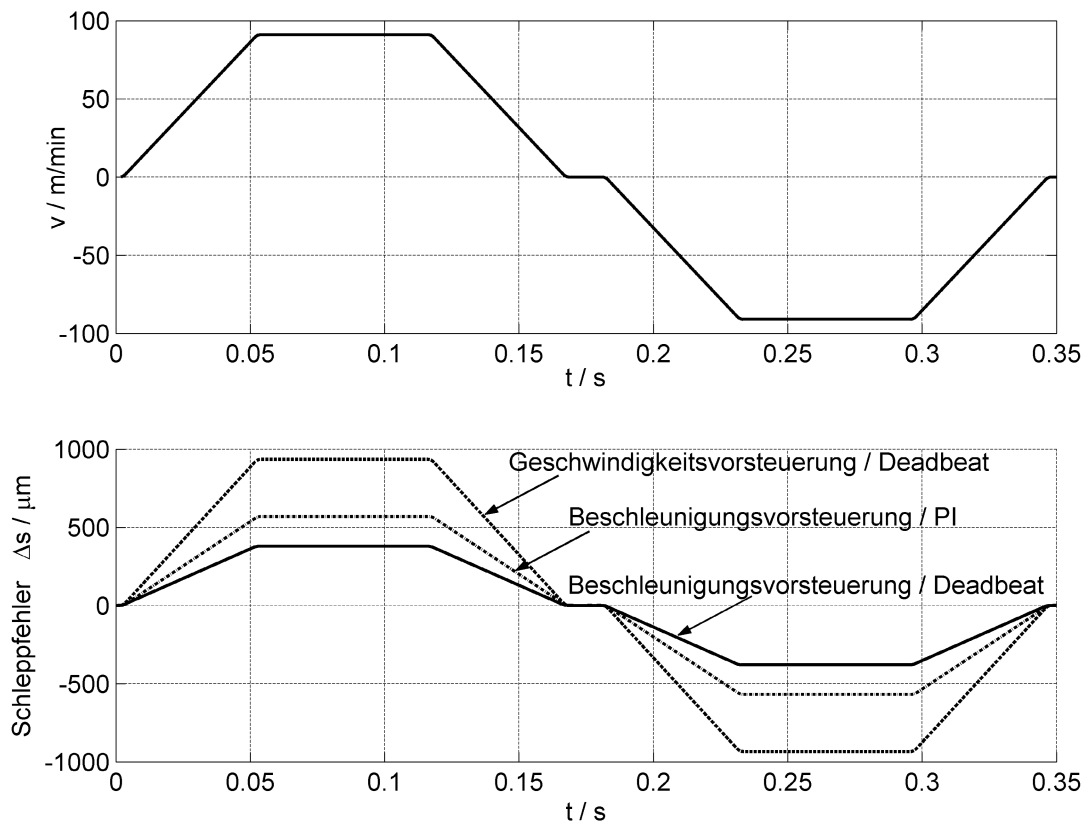


Abb. 71: Schleppfehler für die Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft und Geschwindigkeitsvorsteuerung, unterlagerte PI- sowie Deadbeat-Regelung (alle bei gleichem Sollwerteverlauf, maximale Geschwindigkeit  $v_{max}=91\text{m/min}$ )

Abb. 71 zeigt für ein vorgegebenes Geschwindigkeitsprofil eines Positioniervorgangs die zugehörigen Schleppabstände bei Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft für einen kraftbildenden Regelkreis mit Deadbeat-Regelung und PI-Regelung. Aufgrund der deutlich größeren Verzögerungszeit der PI- gegenüber der Deadbeat-Regelung, stellt sich ein deutlich größerer maximaler Schleppabstand ein. Im direkten Vergleich wird ebenfalls der Schleppabstand für eine Geschwindigkeitsvorsteuerung gezeigt. Hier ist die Verzögerungszeit des geschlossenen Geschwindigkeitsregelkreises maßgebend, sodass sich erwartungsgemäß ein vergleichsweise großer Schleppabstand einstellt.

Der Vergleich zeigt, dass hinsichtlich eines geringen Schleppabstands die Abtastzeit so klein wie möglich und eine hochdynamische kraftbildende Regelung gewählt werden sollte.

### 5.3 Zusammenfassung der Zwischenergebnisse

Die Linearität des zugrunde liegenden Zustandsmodells ist insbesondere bei Anwendung linearer Regler entscheidend. Die konventionelle PI-Stromregelung ist weitgehend robust gegenüber der vorliegenden Parametervariation des Stromzustandsmodells, eine hochdynamische und prädiktive Deadbeat-Stromregelung nicht. Ausgeprägte Robustheit und hohe Dynamik sind ggf. sich gegenseitig ausschließende Regelungsziele. Hinsichtlich der Einsetzbarkeit der hochdynamischen Deadbeat-Regelung schaffen parameteradaptive Regler in Zusammenhang mit im Arbeitspunkt linearisierten Maschinenmodellen Abhilfe. Dabei entscheidet die Abtastzeit über die Zulässigkeit der Linearisierung. Insbesondere bei zu großer Abtastzeit ist eine parameteradaptive Deadbeat-Stromregelung ungeeignet. Aufgrund der weitgehenden Linearität des Flusszustandsmodells ist dann eine Deadbeat-Regelung der Flussverkettung vorteilhaft.

Bei geeigneter Wahl der Sollströme/-flüsse lässt sich der kraftbildende Regelkreis linearisieren und so die magnetische Nichtlinearität auf den innersten kraftbildenden Regelkreis begrenzen.

P-Lage und P-Geschwindigkeitsregelung mit Störkraftbeobachtung und –vorsteuerung erzielen eine hohe dynamische Laststeifigkeit. Die Abhängigkeit der erreichbaren Dynamik von der des kraftbildenden Regelkreis begründet die deutlich höhere dynamische Laststeifigkeit bei unterlagerter Deadbeat- gegenüber konventioneller PI-Regelung. Bei Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft ergibt sich eine Führungsdynamik die der des kraftbildenden Regelkreis entspricht.

## 6 Experimenteller Aufbau und weitere Ergebnisse

Im Folgenden soll der entwickelte Versuchsaufbau zur Untersuchung des Permanentmagnet-Linearsynchronmotors knapp beschrieben werden. Die Struktur aus Datenverarbeitungssystem und Linearmaschine zeigt Abb. 72. Das Kurzprimärteil ist unter den Maschinentisch geschraubt, der sich gegen das Maschinengestell bewegt.

Der Linearmotor besitzt die folgenden Daten:

*Tabelle 5: Daten des untersuchten Linearmotors*

Dauerkraft ( bei Wasserkühlung )	$F_N$	3kN
Maximalkraft	$F_{\max}$	5,6kN
Nennstromamplitude	$\hat{I}_N$	33A
Anziehungskraft zwischen Primär- und Sekundärteil	$F_A$	120kN

Die hohen Anziehungskräfte zwischen Primär- und Sekundärteil ( Permanentmagneten ) werden durch die Linearführungen aufgenommen.

Da keine Belastungsmaschine zur Verfügung stand, wurde der Motor durch auswechselbare Gewichte ( 89,6kg, 24kg) belastet. Eine Umlenkrolle und ein Seil leiteten die vertikale Gewichtskraft in eine horizontale Lastkraft um. Durch Abtrennen des Fangseils wurde eine nahezu sprungförmige Lastkraft hervorgerufen.

Der Motor wird von einem Stromrichtersystem SIEMENS SIMODRIVE 611-E mit Spannungszwischenkreis gespeist. Dazu sind die stromführenden Leitungen durch eine Schleppkette zum bewegten Primärteil geführt. Die Netzeinspeisung erfolgt mit einem selbstständig geregelten, rückspeisefähigen IGBT-Gleichrichter. Die geregelte Zwischenkreisspannung beträgt  $U_d = 600V$ . Generatorisch erzeugte Leistung kann demzufolge an das Netz abgeführt werden. Die Leistungsmodule im Wechselrichter werden über die eingebauten Treiber durch drei Lichtwellenleiter, die den Schaltzustand kodieren, angesteuert. Dazu wurde eine Schnittstellenkarte entwickelt, die neben der Umsetzung des Schaltzustands in Schaltsignale auch der Überwachung der Ströme und der Temperatur diene. Neben dem Pulsmuster werden mit dem Datenverarbeitungssystem auch Status und ggf. Fehler des Wechselrichters ausgetauscht. Alle drei Phasenströme werden mit Kompensationsstromwandlern ( LEM Wandlern ) gemessen und für die Regelung analog an das Datenverarbeitungssystem übermittelt.

Zur Lageerfassung wurde ein offenes inkrementelles Lageerfassungssystem LIF181 der Firma HEIDENHAIN mit einer Signalperiode von  $4\mu m$  eingesetzt. Die sinusförmigen Lagesignale und die abstandscodierten Referenzimpulse werden analog übertragen und im Datenverarbeitungssystem erfasst.

Als Schnittstelle zum Bediener dient ein Standard-PC, der einerseits das Regelungsprogramm auf den Ziel-/Echtzeitrechner lädt, andererseits die Messergebnisse visuali-

siert. Dazu ist er über die serielle RS-232-Schnittstelle mit dem Zielrechner verbunden.

Als Echtzeitrechner für die Regelung wurde ein Standard INTEL CELERON 330MHz PC verwendet, der für den Echtzeitbetrieb ertüchtigt wurde. Näheres dazu findet sich im nächsten Abschnitt 6.1 .

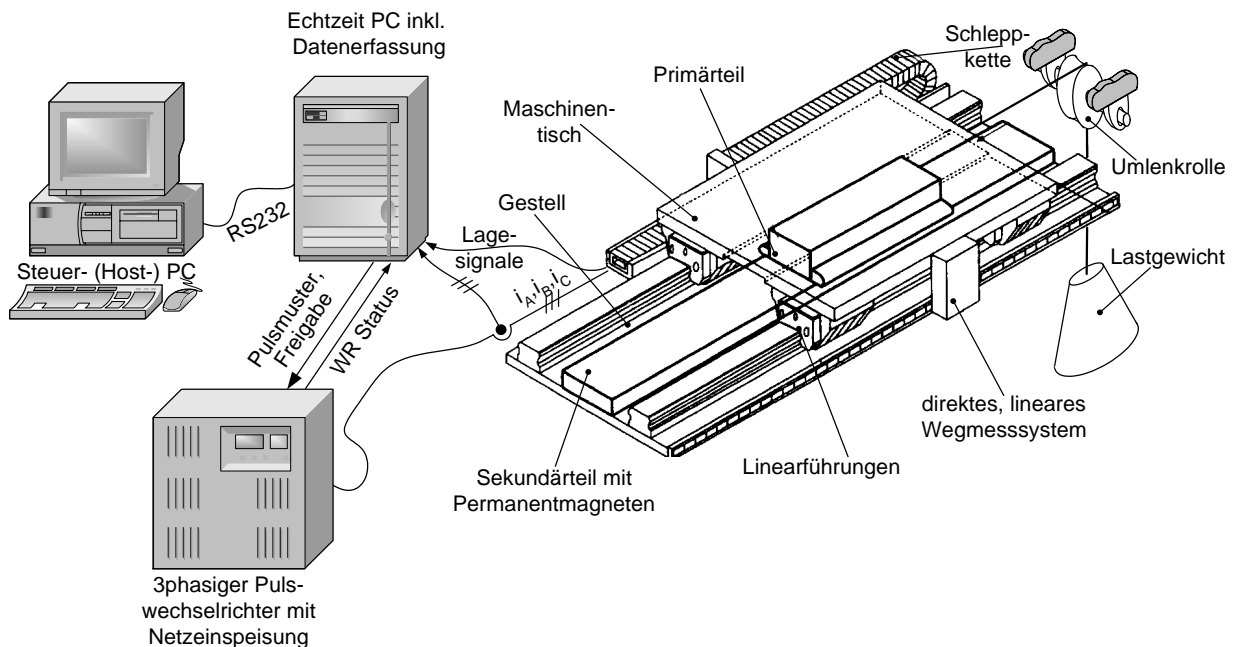


Abb. 72: Struktur der Hardware des Linearmotor-Versuchsstandes

## 6.1 Einsatz eines PC zur Echtzeitverarbeitung

Aufgrund der großen Rechenleistung und des großen Speicherplatzes heutiger Standard-PCs bietet es sich an, solche Rechner auch für die Echtzeitverarbeitung zu verwenden. Zwar besitzen diese kein deterministisches Rechenverhalten, sondern sind auf eine hohe mittlere Befehlsausführungsgeschwindigkeit ausgelegt, doch wird dieser Nachteil durch die ungleich höhere Rechenleistung ( verglichen mit Signalprozessoren ) kompensiert<sup>15</sup>. Wesentliche Kenngrößen für die Eignung eines PC für Echtzeitbetrieb sind neben der eigentlichen Rechenzeit vor allem die Interruptlatenzzeit ( Antwortverhalten auf eine Interruptanforderung IRQ ) [120,121] und die Zeiten für die Ein- und Ausgabe von Daten. Alle diese Anforderungen an den Echtzeitbetrieb sind nur mit geeigneter Software zu erfüllen. Hier wurde RTTarget-32, ein 32bit Cross-Compiler [122] eingesetzt, der den Rechner nach dem Bootvorgang im Protected Mode betreibt. Die eigentliche Regelungsberechnung und ggf. eine Fehlerabschaltung werden von zwei verschiedenen IRQs ausgelöst. Alle weiteren Interrupteingänge werden gesperrt, um Interferenzen mit anderen Programmen ( z.B. Tastaturtreiber ) zu vermeiden. Des Weiteren ist es sehr wichtig, dass die Zugriffszeiten auf Variablen der

<sup>15</sup> Entsprechende Zeitreserven sind einzuplanen

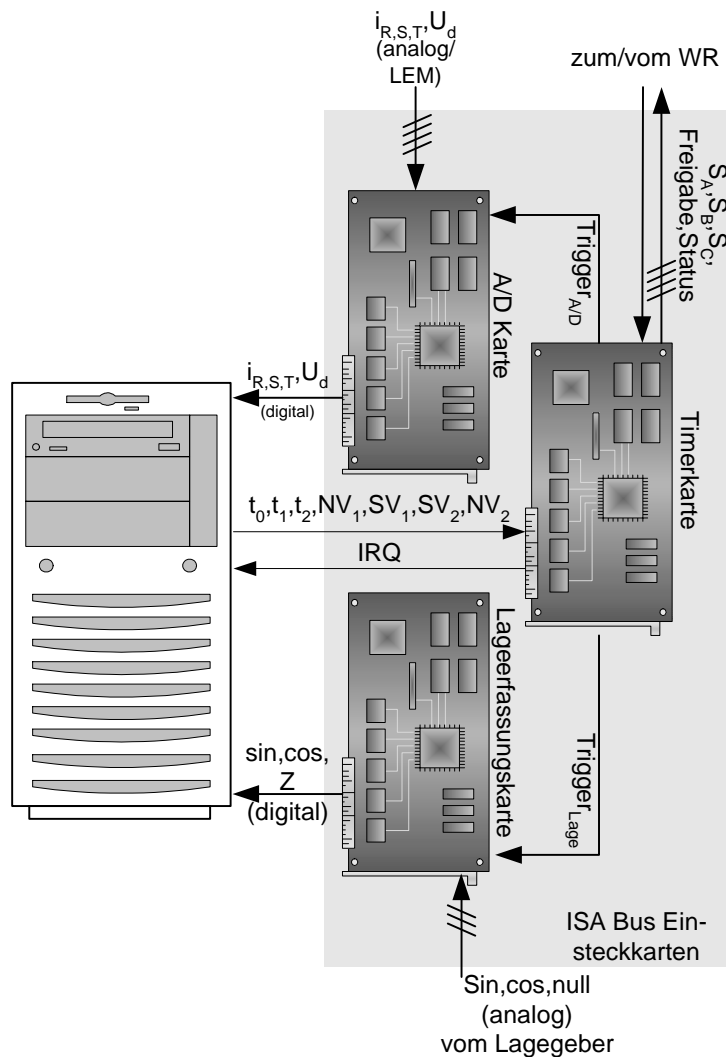


Abb. 73: ISA Einsteckkarten für Signalerfassung und Echtzeitbetriebstimer an den Wechselrichter übertragen wird.

Alle für den Echtzeitbetrieb notwendigen Schaltkreise wurden auf Einsteckkarten für den PC-ISA-Bus implementiert.

## 6.2 Stromerfassung

Für die Stromerfassung kommen in der Regel Strommessshunts oder Kompensationsstromwandler als Halleffekt- oder magnetoresistive Stromsensoren zum Einsatz. Die Letztgenannten besitzen prinzipbedingt eine Potentialtrennung zwischen Leistungs- und Signalelektronik. Während die Strommessung über einem Shuntwiderstand eine hohe Messgenauigkeit verspricht [19] sind zusätzliche Maßnahmen zur Potentialtrennung erforderlich, sodass in industriellen Anwendungen vorwiegend Kompensati-

Regelung und das Regelprogramm gering sind. Dazu müssen diese im hierarchisch aufgebauten Cache-Speicher so nah wie möglich am Prozessorkern resident sein<sup>16</sup>. Für eine digitale Regelung muss die Regelroutine zeitlich präzise in äquidistantem Raster ( $T_A$ ) abgearbeitet werden. Auch die Signalerfassung und Digitalisierung der Strangströme mittels der AD-Karte und der Lagesignale auf der Lageerkfassungskarte erfolgt in diesem Takt. Eine speziell entwickelte Timerkarte erzeugt diese Taktsignale. Darüberhinaus werden die während der Regelungsroutine entsprechend einer Raumzeigermodulation [91,92] berechneten Schaltzeitpunkte für die zugehörigen umschaltenden Wechselrichterzweigpaare in ein Pulsmuster umgesetzt, das via Lichtwellenleiter

<sup>16</sup> Dazu sollte das Regelungsprogramm vor dem Echtzeitbetrieb mindestens einmal gestartet werden.

onstromwandler zum Einsatz kommen. Von diesen werden aufgrund der Nullstromfreiheit von Antrieben ( z.B. isolierter Sternpunkt ) üblicherweise nur zwei eingebaut.

Die Signale lassen sich mit Analog-Digital-Wandlern abtasten. Grundsätzlich ist hier die direkte Abtastung mit der Abtastzeit  $T_A$  von der Überabtastung mit anschließender Mittelwertfilterung und Abtastung mit  $T_A$  zu unterscheiden. Bei direkter Abtastung mit der Abtastzeit  $T_A$  ist darauf zu achten, dass exakt in den Nulldurchgängen der Stromüberschwingungen abgetastet wird [123]. Bei einer mittelwertbildenden Stromerfassung ist zu beachten, dass die Mittelwerte der Messströme über eine gesamte Schaltperiode gebildet werden. Für eine Abtastfrequenz die doppelt so groß wie die Schaltfrequenz ist, ergibt sich für den Strommittelwert eine Totzeit von einer Abtastzeit  $T_A$ . Darüberhinaus ist für die Mittelwertbildung per Hardware mehr digitale Logik oder das Einlesen mehrerer Messwerte durch den Echtzeitrechner erforderlich. Der Vorteil der mittelwertbildenden Messmethode liegt darin, dass das Messrauschen deutlich reduziert wird [19]. Um die Totzeit bei der Stromerfassung zu vermeiden, sollte hier die Strommessung durch einfache Abtastung während jeder halben PWM-Periode im Takt der Stromregelung erfolgen.

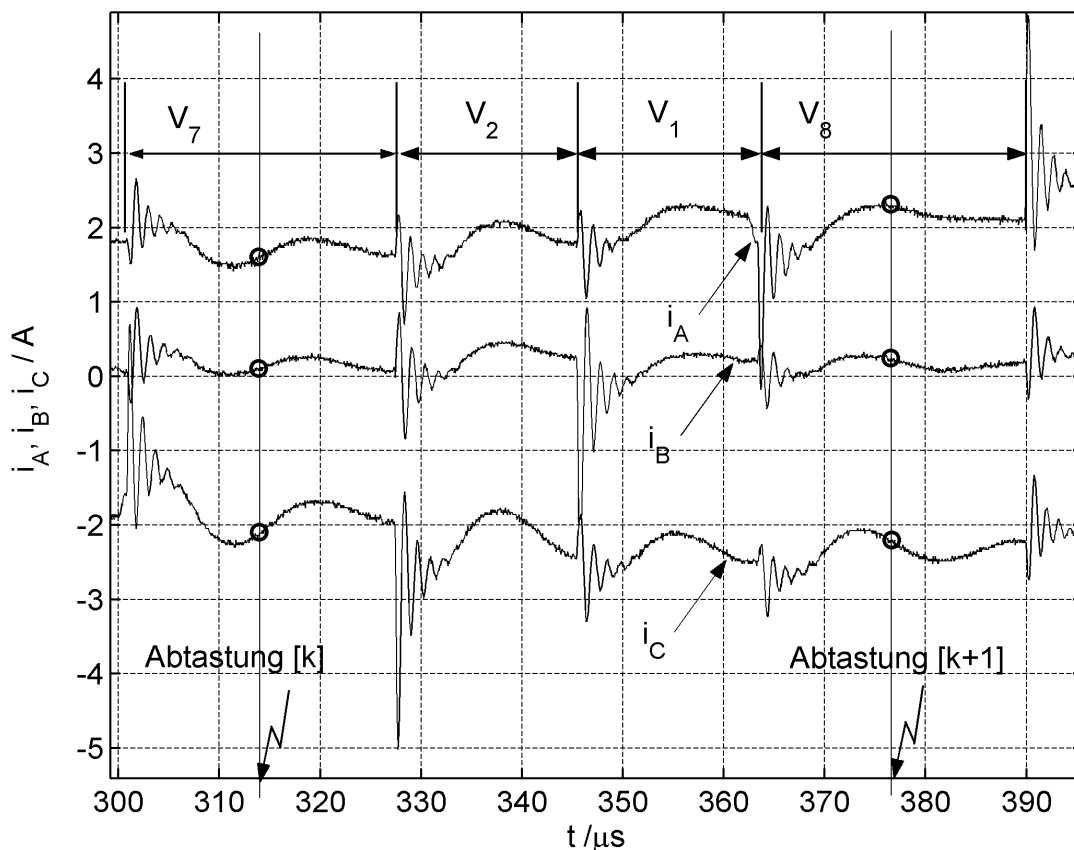


Abb. 74: Gemessene Ströme beim Schalten der Spannungsvektoren  $\vec{V}_7 \rightarrow \vec{V}_2 \rightarrow \vec{V}_1 \rightarrow \vec{V}_8$ , Schaltfrequenz  $f_S=8\text{kHz}$ , Abtastfrequenz  $f_A=16\text{kHz}$  ( Stillstand )

Abb. 74 zeigt die tatsächlichen Ströme am Ausgang des Wechselrichters. Während man innerhalb eines Schaltzyklus eigentlich näherungsweise stückweise lineare Stromverläufe erwartet [19,123,124], sind diesen erwarteten Strömen transiente Störströme überlagert, die mehr oder weniger schnell abklingen. Deren charakteristische

Frequenzen liegen einerseits bei etwa 800 kHz und andererseits bei etwa 62 kHz. Sie kommen durch Wanderwellenvorgänge auf den Motorzuleitungen und in der Motorwicklung zustande und tragen weder zur Kraftentwicklung bei, noch sind sie mit dem digitalen Regelsystem mit deutlich geringerer Abtastfrequenz ( Abtasttheorem [31] ) kompatibel. Zwar liegt die Bandbreite der Stromwandler hier bei etwa 120 kHz, doch werden selbst die hochfrequenten Signale nicht vollständig unterdrückt. Die mittelwertbildende Strommessung würde hier nicht nur das Quantisierungsrauschen reduzieren, sondern auch die Stromüberschwingungen unterdrücken. Bei einfacher Abtastung der Ströme im Takt der Regelung sind allerdings zusätzliche Maßnahmen zu ergreifen, um diese Ströme zu unterdrücken. Zunächst soll jedoch auf die Wanderwellen infolge des Schaltens des Stromrichters eingegangen werden.

### **6.2.1 Wanderwellen in Spannung und Strom durch Schalten des Stromrichters**

Zur Erklärung der Wanderwellen in elektrischen Maschinen bedarf es einer gesamtheitlichen Betrachtung von Stromrichter, Motorzuleitung und der eigentlichen Motorwicklung. Der Wechselrichter als spannungseinprägendes Gerät erzeugt aufgrund seiner schaltenden Arbeitsweise Spannungssprungwellen, die sich in Zuleitung und Maschinenwicklung in Form von Wanderwellen ausbreiten. Die schnell schaltenden IGBT Stromrichter erlauben zwar zunehmend höhere Schaltfrequenzen, begünstigen aber auch die o.g. Wanderwellenvorgänge. Durch das Schalten des eingangsseitigen getakteten Gleichrichters entstehen ebenfalls Sprungwellen im Gleichtaktmodus gegenüber Erde, während durch das Schalten des Wechselrichters überlagerte Sprungwellen im Gleichtaktmodus gegenüber Erde als auch im Gegentaktmodus gegenüber dem Maschinensternpunkt entstehen. Exemplarisch sollen die Vorgänge nur anhand der Gegentaktsignale erläutert werden, die Übertragbarkeit auf die Gleichtaktsignale ist aber gegeben. Aufgrund des FOURIER-Theorems, demzufolge sich jede Signalform aus einer Überlagerung von Sinusschwingungen zusammensetzen lässt, lassen sich die Vorgänge beim Spannungssprung aus den Ableitungen für harmonische Erregung übertragen [125,126]. Über die jeweiligen Wellenimpedanzen  $Z_x$  sind die Spannung  $u$  und der Strom  $i$  auf der Zuleitung und entlang der Wicklung miteinander verknüpft.

#### **6.2.1.1 Wanderwellen auf der Motorzuleitung**

Die Spannung auf der Motorzuleitung setzt sich aus einer vom Wechselrichter zum Motor laufenden Vorwärtswelle  $u_v$  und einer am Ende der Leitung auf die Zuleitung zurückgeworfenen Rückwärtswelle  $u_r$  zusammen. Genauso setzt sich der Strom aus einem vorwärts und einem rückwärts über die Zuleitung laufenden Wellenanteil zu-

sammen. Spannungs- und Stromverteilung sind über den Wellenwiderstand  $\underline{Z}_0$  miteinander verknüpft [125].

$$\left. \begin{array}{l} u = u_v + u_r \\ i = i_v + i_r \end{array} \right\} u_v = \underline{Z}_0 \cdot i_v ; \quad u_r = \underline{Z}_0 \cdot i_r \quad (102)$$

Ausschlaggebend für die Reflexion bzw. den Durchgang einer Welle am Anfang und Ende der Zuleitung sind die Reflexionsfaktoren  $\Gamma_a$  und  $\Gamma_e$  entsprechend (103). Dabei ergibt sich die Amplitude der reflektierten Spannungswelle aus der Amplitude der vorlaufenden als  $u_r = \Gamma_e \cdot u_v$ .

$$\Gamma_a = \frac{\underline{Z}_q - \underline{Z}_0}{\underline{Z}_q + \underline{Z}_0} \quad \text{und} \quad \Gamma_e = \frac{\underline{Z}_l - \underline{Z}_0}{\underline{Z}_l + \underline{Z}_0} \quad (103)$$

$\underline{Z}_q$  bezeichnet die Quellen- und  $\underline{Z}_l$  die Lastimpedanz. Die Eigenschaften des Kabels zeichnen sich durch dessen Wellenwiderstand  $\underline{Z}_0$  aus. Für eine annähernd verlustlose Zuleitung mit dem Induktivitäts- und Kapazitätsbelag  $L'$  bzw.  $C'$  ergibt sich der folgende Zusammenhang [125,127]:

$$\underline{Z}_0 = |\underline{Z}_0| = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (104)$$

Die Wellengeschwindigkeit ergibt sich dann als

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}} \quad (105)$$

sodass sich die Eigenfrequenz des Kabels, die sich aufgrund der Wellenreflexionen am Anfang und Ende des Kabels einstellt, in Abhängigkeit von der Kabellänge  $l_K$  als der reziproke Wert der vierfachen Laufzeit  $\tau_K$  einer Welle über das Kabel angeben lässt (106).

$$\omega_0 = \frac{\pi \cdot v_0}{2 \cdot l_K} = \frac{\pi}{2 \cdot \tau_K} \quad (106)$$

Bei einem Kabel mit Dreileiteranordnung, lässt sich die Wellenausbreitung einer Strangspannungswelle genauso wie bisher betrachten, wenn man die Eingangsspannung mit der Klemmenspannung in Bezug auf den Mittelwert der drei Klemmenpotentiale gleichsetzt.

Idealerweise wäre das Kabel am Ende mit einer Motorwicklung der gleichen Impedanz wie der Wellenimpedanz des Kabels abgeschlossen. Die Einschwingzeit einer Spannungssprungwelle entspräche dann der einfachen Laufzeit der Welle über das Kabel ( $\Gamma_e = 0$ ). Tatsächlich ist die Lastimpedanz jedoch deutlich größer als die Wellenimpedanz des Kabels, sodass es bei jeder Spannungssprungwelle zu einem Einschwingvorgang der Spannungsverteilung über dem Kabel mit dessen charakteristischen Eigenfrequenz kommt. Exemplarisch soll ein Reflexionsvorgang von drei Wanderwellen am Übergang zwischen Kabel und Motorwicklung diskutiert werden. Für die Betrachtung sei das Kabel als näherungsweise offene Leitung mit dem Reflexions-



faktor  $\Gamma_e \approx 1$  angenommen ( Insbesondere für hohe Frequenzen ist diese Annahme besonders gut erfüllt. ). Der Wechselrichter ändere seinen Schaltzustand von einem Nullvektor zu einem aktiven Spannungsvektor  $\vec{V}_8 \rightarrow \vec{V}_1$  ( vgl. Abb. 30 ). Dabei springt die Gleichtaktspannung der Wechselrichterklammern gegenüber dem Zwischenkreispotential um  $U_d/3$ , dies soll aber hier nicht weiter betrachtet werden. Die Spannung des geschalteten Strangs A springt um  $2 \cdot U_d/3$ , während die anderen beiden Spannungen um die negative Gleichtaktspannung springen. In Abb. 75 laufen zum Zeitpunkt  $t_1$  die Vorwärtswellen erstmalig über das Motorkabel, zum Zeitpunkt  $t_2$  laufen die Wanderwellen nach Reflexion wieder zurück zum Wechselrichter. Durch den Abschluss mit hoher Impedanz überlagern sich hin- und rücklaufende Wellen bei Reflexion näherungsweise gleichphasig. Der Eingang der Motorwicklung wird so mit einer Spannungswelle von etwa doppelter Amplitude beaufschlagt.

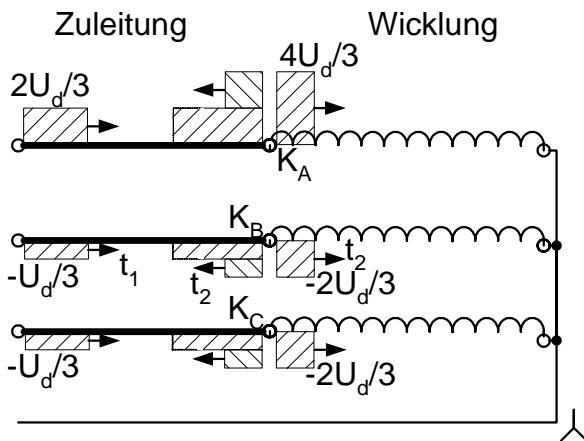


Abb. 75: Reflexion einer Spannungswelle am Übergang zwischen Motorkabel und Wicklung

Reflexion wieder zurück zum Wechselrichter. Durch den Abschluss mit hoher Impedanz überlagern sich hin- und rücklaufende Wellen bei Reflexion näherungsweise gleichphasig. Der Eingang der Motorwicklung wird so mit einer Spannungswelle von etwa doppelter Amplitude beaufschlagt.

### 6.2.1.2 Wanderwellen in der Motorwicklung

Zur Analyse von Wanderwellen in der Wicklung elektrischer Maschinen schlägt [126] das Ersatzschaltbild nach Abb. 76 für ein infinitesimales Wicklungselement der ausgedehnten Wicklung vor. Die Parameter des Ersatzschaltbilds  $L_M'$ ,  $C_M'$ ,  $R_M'$  und  $K_M'$  gehen aus der Längsinduktivität  $L_{SP}$ , der Querkapazität  $C_{SP}$ , dem Widerstand  $R_{SP}$  und der Längskapazität  $K_{SP}$  einer Spule der Motorwicklung entsprechend (107) hervor.

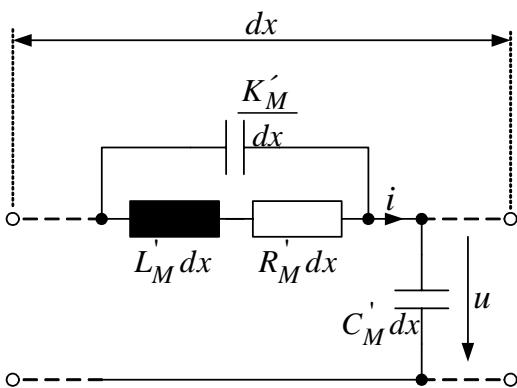


Abb. 76: Ersatzschaltbild eines infinitesimalen Wicklungselements

$$\begin{aligned} L_M' &= \frac{L_{SP}}{l_{SP}}, & C_M' &= \frac{C_{SP}}{l_{SP}}, \\ R_M' &= \frac{R_{SP}}{l_{SP}}, & K_M' &= K_{SP} \cdot l_{SP} \end{aligned} \quad (107)$$

Der wesentliche Unterschied zwischen einer Wicklung und einer gestreckten Leitung bezüglich Wanderwellen ist ihre Aufspaltung in einen überkritischen und einen unterkritischen Anteil [125,128]. Die Teilschwingungen mit Frequenzen größer als die kritische Frequenz  $\nu_k$

$$\nu_k = \frac{1}{\sqrt{L_M' \cdot C_M'}} \quad (108)$$

können in der Wicklung nicht als stehende Wellen oder Wanderwellen auftreten. Stattdessen findet ein exponentieller Abfall der Spannung im Inneren der Wicklung statt, während die Welle fast vollständig auf die Leitung reflektiert wird [126]. Für hohe Frequenzen wirkt die Wicklung wie eine Kapazität  $\sqrt{K_M' \cdot C_M'}$  [126,128]. Die überkritischen Anteile belasten die Spannungsfestigkeit nur der ersten Windungen der Wicklung aufgrund der gleichsinnigen Überlagerung dieser Wellen bei der Reflexion, ihre Frequenzen liegen im MHz-Bereich. Die unterkritischen Wellenanteile dringen in

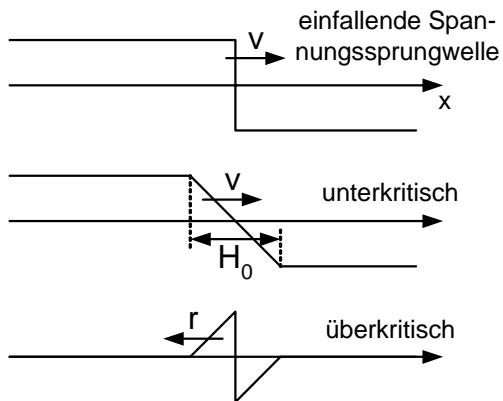


Abb. 77: Aufteilung einer Sprungwelle in unter- und überkritischen Wellenanteil

die Wicklung ein und verhalten sich dort wie Wanderwellen auf gestreckten Leitungen. Die für alle Frequenzen gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit ergibt sich nach (105) mit dem entsprechenden Induktivitätsbelag  $L_M'$  und Querkapazitätsbelag  $C_M'$ . Abb. 77 zeigt angenähert die über- und unterkritischen Anteile einer einfallenden Spannungssprungwelle an den Motorklemmen. Während die überkritischen Anteile „direkt“ reflektiert werden, setzen sich die unterkritischen Anteile der Sprungwelle in der Wicklung als Wanderwellen fort. Die Dämpfung der Wellen ist näherungsweise proportional zur Frequenz [126]. Die Kopflänge der unterkritischen Wellenanteile lässt sich wie folgt beschreiben [125,128]:

$$H_0 = \pi \cdot \sqrt{\frac{K_M'}{C_M'}} \quad (109)$$

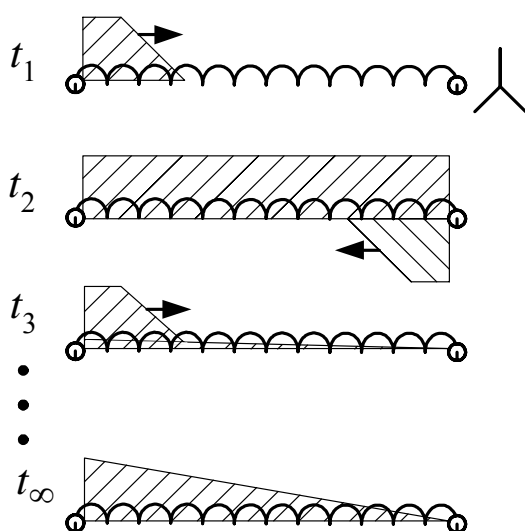


Abb. 78: Reflexion der Wanderwelle an den Wicklungsenden

die Wicklung ein und verhalten sich dort wie Wanderwellen auf gestreckten Leitungen. Die für alle Frequenzen gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit ergibt sich nach (105) mit dem entsprechenden Induktivitätsbelag  $L_M'$  und Querkapazitätsbelag  $C_M'$ .

Abb. 77 zeigt angenähert die über- und unterkritischen Anteile einer einfallenden Spannungssprungwelle an den Motorklemmen. Während die überkritischen Anteile „direkt“ reflektiert werden, setzen sich die

unterkritischen Anteile der Sprungwelle in der Wicklung als Wanderwellen fort. Die Dämpfung der Wellen ist näherungsweise proportional zur Frequenz [126]. Die Kopflänge der unterkritischen Wellenanteile lässt sich wie folgt beschreiben [125,128]:

Trifft eine Spannungssprungwelle auf die Motorklemmen, so setzt sie sich mit abgeflachter Wellenfront als unterkritischer Wellenanteil durch die Wicklung fort. Die Reflexion dieser Welle am Wicklungsende erfolgt durch den Kurzschluss aller Stränge im Sternpunkt wie beim Kurzschluss am Ende einer Leitung. Ein entsprechendes Bild für das Reflexionsverhalten an den Wicklungsenden zeigt Abb. 78. In Realität überlagern sich den gezeigten Wanderwellen noch weitere vom Kabel her eindringende Wanderwellen. Nachdem der Einschwingvorgang abgeschlossen ist, herrscht eine lineare Spannungsverteilung über der

Wicklung.

Anders verhält es sich im Fall einer Sprungwelle im Gleichtaktmodus. Einerseits gelten hier andere Induktivitäts- und Kapazitätsbeläge, andererseits verhält sich die Wicklung mit isoliertem Sternpunkt dann wie eine Leitung mit offenem Ende. Nach einem Einschwingvorgang aufgrund einer Gleichtakt-Spannungssprungwelle zwischen Motorklemmen und Erde besteht dann eine gleichmäßige Spannungsverteilung der Gleichtaktspannung entlang der Wicklung.

Da sowohl der Induktivitätsbelag als auch die Kapazitätsbeläge zwischen Leiter-Sternpunkt bzw. Leiter-Erde deutlich größer sind als in der Zuleitung, breiten sich die Wanderwellen mit deutlich geringerer Geschwindigkeit aus. Demzufolge sind auch die resultierenden Eigenfrequenzen deutlich geringer und die Zeitkonstanten der Einschwingvorgänge aufgrund des Wechselrichterschaltens sehr viel länger.

### 6.2.2 Unterdrückung der Störströme

Zur Unterdrückung der Störströme und ihrer Auswirkungen gibt es zwei Möglichkeiten. Zum einen kann ein Störstromfluss durch Einsatz von  $du/dt$ -Filtern zwischen Wechselrichter und Motor reduziert werden [129,130,131], indem die Flanken der Spannungssprünge abgeflacht werden, zum anderen kann der Anteil des Messstroms, der dem Störstrom entspricht, für die Regelung „ausgeblendet“ werden. Die tatsächliche Vermeidung erfordert zusätzliche Bauteile und wird motiviert durch eine geringe Spannungsbeanspruchung der Windungsisolierung und geringere Lager- oder Erdströme. Es handelt sich jedoch nicht um eine industrielle Standardlösung im Werkzeugmaschinenbau.

Die „passive“ Ausblendung der Störströme gelingt zufriedenstellend mittels analoger Tiefpassfilter. Für eine gute Unterdrückung ist sowohl die Filterordnung als auch die Filterbandbreite entscheidend. Je höher die Ordnung und je geringer die Bandbreite, desto höher ist die Unterdrückung des Filters.

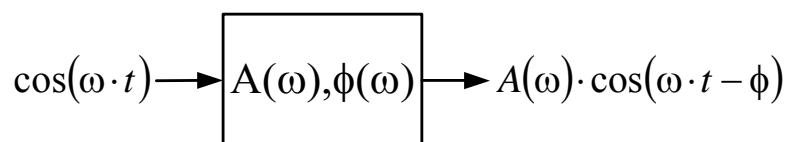


Abb. 79: Filter mit Amplitudengang  $A(\omega)$  und Phasengang  $\phi(\omega)$  und den entsprechenden Ein- und Ausgangssignalen bei harmonischer Erregung

Die Phasenverzögerungszeit eines Filters entsprechend Abb. 79 lässt sich gemäß (110) angeben.

$$T_p(\omega) = -\frac{\phi(\omega)}{\omega} \quad (110)$$

Damit ergeben sich für verschiedene Filtercharakteristiken Frequenzgänge der Amplitude und Verzögerungszeit  $T_p$  entsprechend Abb. 80 ( alle Filter 4.Ordnung, Grenzfrequenz  $f_g = 13 \text{ kHz}$  ). Implementiert wurde ein Tiefpassfilter vierter Ordnung mit Butterworth-Charakteristik und einer Grenzfrequenz von 13 kHz. Die Unterdrückung der Störsignale entsprechend der Frequenzkennlinien ( Abb. 80 ) gilt allerdings nur für harmonische Erregung.

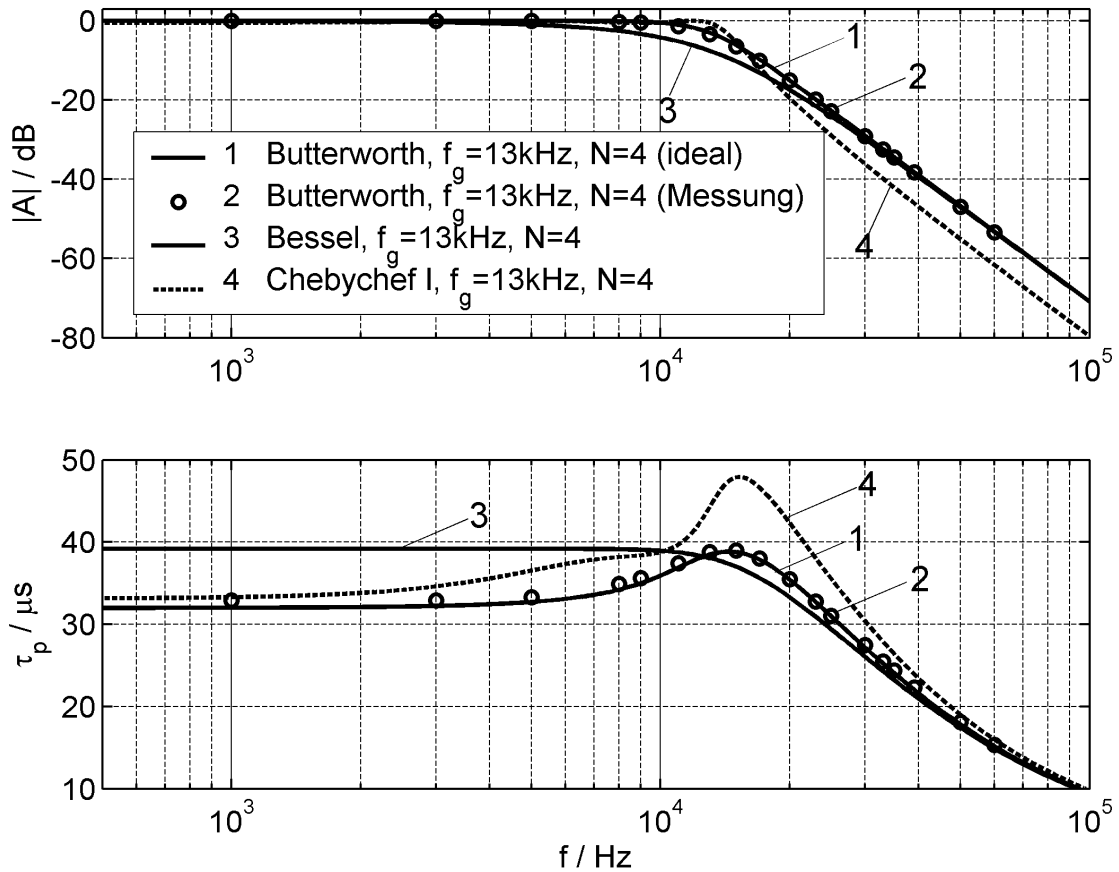


Abb. 80: *Ideales Übertragungsverhalten verschiedener Tiefpassfilter, reales Übertragungsverhalten für das implementierte Butterworthfilter 4. Ordnung*

Aufgrund von Wanderwellenvorgängen tritt bei jedem Schaltvorgang des Wechselrichters ein exponentiell abklingender Schwingungszug hoher Frequenz auf. Zwar kann diese Schwingung unterdrückt werden, allerdings nicht der im Mittel fließende kapazitive Ladestrom. Dessen Grundfrequenz ist die Schaltfrequenz, die nur bei entsprechender Filtercharakteristik mit sehr niedriger Grenzfrequenz unterdrückt werden kann. Eine so niedrige Grenzfrequenz würde allerdings das dynamische Verhalten der Stromregelung sehr negativ beeinflussen. Den mit dem verwendeten Filter gefilterten und den ungefilterten Strom zeigt Abb. 81 für Schaltvorgänge zwischen verschiedenen Nullvektoren. Dabei ändern sich alle drei Klemmenpotentiale des Wechselrichters gleichphasig um die Zwischenkreisspannung  $U_d$ . Nimmt man in erster Näherung sowohl die Motorleitungen als auch die Motorwicklung als symmetrisch an, so entspricht der abgebildete Strom  $i_C$  den anderen Strömen bzw. dem Nullstrom  $i_0$ .

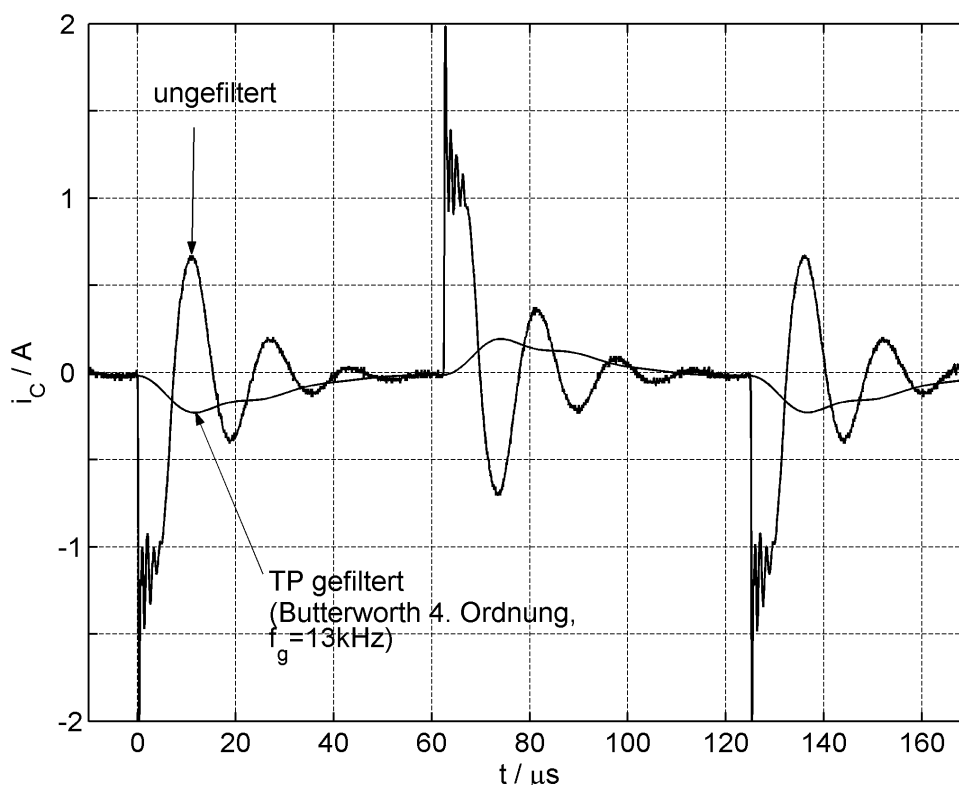


Abb. 81: Phasenstrom  $i_C$  beim Schalten zwischen den Nullvektoren  $\vec{V}_7 \rightarrow \vec{V}_8 \rightarrow \vec{V}_7 \rightarrow \vec{V}_8$

Bei der Rekonstruktion des dritten, üblicherweise nicht gemessenen Strangstroms  $\hat{i}_C$  aus den gemessenen Strömen ergibt sich dann, trotz Filterung, ein Fehler in der Höhe des dreifachen, gefilterten Nullstroms!

$$\hat{i}_C = -i_A - i_B \quad (111)$$

Es wurde versucht, den Nullstrom nachzubilden, um diesen zur Korrektur des aus zwei anderen Phasenströmen nachgebildeten dritten Stroms zu verwenden. Infolge eines Sprungs der Nullspannung um die Zwischenkreisspannung ergeben sich in allen drei Strängen ähnliche Ströme wie in Abb. 81. Als Mittelwert solcher „vollständiger“ Schwingungszüge in allen drei Phasen zwischen Umschaltungen ergibt sich der Schwingungszug des Nullstroms. Bei Umschaltung nur einer Phase springt die Nullspannung um  $U_d/3$ , bei gleichzeitiger Umschaltung zweier Phasen um  $2 \cdot U_d/3$  oder bei drei Phasen um  $U_d$ . Da sowohl die Schaltzeitpunkte als auch die zugehörigen Umschaltungen der Wechselrichterphasen für die Raumzeiger-Pulsweitenmodulation explizit berechnet werden, lässt sich theoretisch auch der Nullstrom approximieren. Dazu sind die skalierten Schwingungszüge des Nullstroms (entsprechend Abb. 81) nach dem Superpositionsprinzip so zu überlagern, dass sich jeweils an einen Schaltzeitpunkt ein Schwingungszug anschließt. Die Skalierungsfaktoren richten sich sowohl nach der Anzahl der gleichzeitig geschalteten Wechselrichterphasen als auch nach der Sprungrichtung. Abb. 82 zeigt den gemessenen und den aus einzelnen Schwingungszügen  $i_{0j}$  des Nullstroms infolge einzelner Nullspannungssprünge approximierten Nullstrom  $i_0$ . Zwar kann die Nachbildung eines nicht gemessenen Phasenstroms dadurch verbessert werden, doch ist dazu die genaue Kenntnis der Form eines solchen Schwingungszugs

erforderlich, sodass diese Lösung nicht praxisgerecht ist und daher nicht weiter verfolgt wurde.

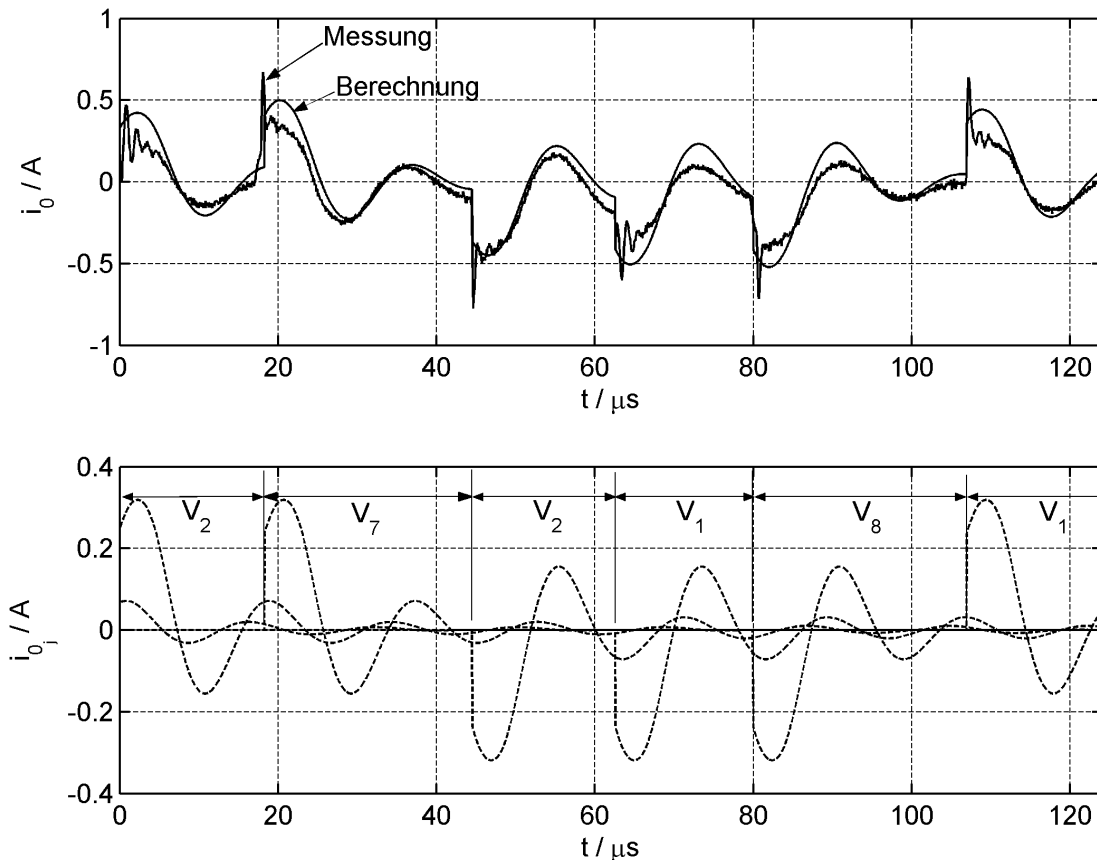


Abb. 82: Versuch der Nachbildung des Nullstroms durch Überlagerung von Schwingungszügen  $i_{0j}$  des Nullstroms infolge von einzelnen Spannungssprüngen

Weit sinnvoller ist es, alle drei Ströme direkt zu messen. Im Weiteren sollen die parasitären Ströme nicht weiter betrachtet werden. Bei Abtastung im Nulldurchgang der Stromüberschwingungen<sup>17</sup> jeweils in der Mitte der Einschaltdauer der Nullvektoren können diese bei der Strommessung vernachlässigt werden, es wird der „mittlere“ Strom abgetastet. Wird nun der gefilterte Strom zu den gleichen Zeitpunkten abgetastet, so kommt es aufgrund der Verzögerungszeit  $T_p$  betriebspunktabhängig zu unterschiedlichen Strommessfehlern, insbesondere für benachbarte Abtastpunkte [123]. In dieser Literaturstelle wird auch gezeigt, wie der „mittlere“ Strom basierend auf einem Abtastwert des gefilterten Stroms zum Zeitpunkt der Mitte des Nullvektors unter Berücksichtigung des Spannungsverlaufs am Wechselrichterausgang und der Verzögerungszeit  $T_p$  prädiiziert werden kann. Viel einfacher ist es, den gefilterten Strom um  $T_p$  gegenüber dem regulären Abtasttakt der restlichen Messgrößen an den Nulldurchgängen der tatsächlichen Stromüberschwingungen verzögert zu erfassen. Die Stromregelung kann dann frühestens  $T_p = 33\mu\text{s}$  ( für das gewählte Filter ) nach dem IRQ beginnen.

<sup>17</sup> Stromüberschwingungen kommen auch allein aufgrund des induktiven Verhaltens der Maschine zustande.

### 6.3 Lageerfassungssystem

Für die Lageerfassung wurde ein offenes Längenmesssystem LIF181 der Firma HEIDENHAIN eingesetzt. Es handelt sich um ein interferentielles Messsystem [132] mit Sinus-/Cosinus-Ausgangssignalen und einer Signalperiode von  $\Delta x_G = 4\mu\text{m}$ . Mittels der üblichen Arcustangens-Auswertung lässt sich die Lage bestimmen, zur Referenzierung einer absoluten Position dienen abstandscodierte Referenzmarken. Die Grenzfrequenz des Lagegebers  $f_{G,Lage} = 500\text{ kHz}$  legt die maximale Geschwindigkeit  $v_{\max} = 2\text{m/s}$  des Linearantriebs fest. Bei einer Abtastfrequenz der Lagemesssignale im Takt der Regelung  $f_A \leq 8\text{ kHz}$  ist das Abtasttheorem verletzt. Aus diesem Grund werden üblicherweise die Quadranten der Perioden von Sinus-/Cosinus-Signalen zeitkontinuierlich gezählt und der sich ergebende Zählerstand sowie die Sinus-/Cosinussignale werden gleichzeitig abgetastet. Die Quadranten werden aus den mit hysteresebefaheten Komparatoren ermittelten Vorzeichen der Lagesignale abgeleitet [133,134]. Inkompatibilitäten von Zählerstand und Sinus-/Cosinussignalen ( an deren Nulldurchgängen ) müssen u.U. korrigiert werden. Alternativ wurden die Lagesignale hier mit hoher Frequenz abgetastet und die Vorzeichenbits für die Zählung verwendet. Dadurch lassen sich die Komparatoren einsparen. Eine Unterabtastung ist dann ausgeschlossen, wenn die Abtastfrequenz der Lagesignale der Ungleichung (112) genügt.

$$f_{A,Lage} > \frac{4 \cdot v_{\max}}{\Delta x_G} \quad (112)$$

Damit wird sichergestellt, dass die Lagesignale mindestens einmal pro Quadrant abgetastet werden.

Der Hardwarezähler kann bei gleichzeitiger Abtastung der Lagesignale nur mit Regelungs-Abtastfrequenz  $f_A$  ebenfalls eingespart werden. Dabei wird die Feinlage innerhalb der aktuellen Signalperiode aus Sinus und Cosinus bestimmt. Die Zahl der aktuellen Geberperiode  $Z_G[k]$  und die aktuelle Lage wird aus der Feinlage  $x_{\text{Period}}[k]$  innerhalb der aktuellen Geberperiode und der mittleren Geschwindigkeit im letzten Abtastintervall bzw. den vorangegangenen Positionen  $x[k-1]$ ,  $x[k-2]$  entsprechend (113a) abgeschätzt [133]. Auf diese Weise wird die Anzahl der Geberperioden berechnet, die während des letzten Abtastintervalls überschritten wurden.

$$Z_G[k] = \text{RUNDEN} \left( \frac{2 \cdot x[k-1] - x[k-2] - x_{\text{Period}}[k]}{\Delta x_G} \right) \quad (113a)$$

$$x[k] = Z_G[k] \cdot \Delta x_G + x_{\text{Period}}[k] \quad (113b)$$

Als Grenze der Funktionsfähigkeit tritt an Stelle der maximalen Geschwindigkeit dann eine Grenzbeschleunigung entsprechend (114).

$$a_{\max} < \Delta x_G \cdot f_A^2 \quad (114)$$

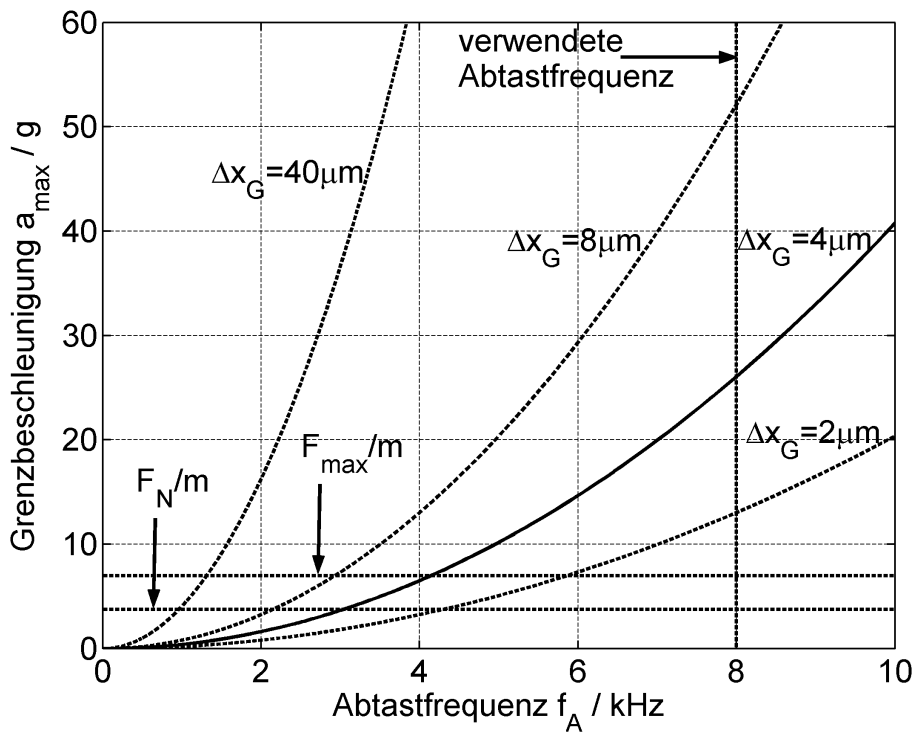


Abb. 83: Zulässige Grenzbeschleunigungen in Abhängigkeit der Abtastfrequenz für verschiedene Lagesignal-Perioden  $\Delta x_G$

Abb. 83 zeigt die einzuhaltende Grenzbeschleunigung als Funktion der Abtastfrequenz  $f_A$  und der Signalperiode als Parameter. Der Grenzwert liegt für den verwendeten Geber bei der Abtastfrequenz von 8 kHz etwa bei der 4fachen maximalen Eigenbeschleunigung. Erhöht sich die Masse, z.B. um die Masse eines Werkstücks, so wird der Grenzwert weniger kritischer. Je höher die Abtastfrequenz und je größer die Signalperiode, desto unkritischer ist der Beschleunigungsgrenzwert. Ein Geschwindigkeitsgrenzwert existiert für diesen Algorithmus zur Lageerfassung nicht. Die Lageerfassungssysteme mit und ohne Zähler wurden parallel ausgeführt und es konnte die fehlerfreie Übereinstimmung der ermittelten Lageistwerte nachgewiesen werden. Abhängig vom Einsatzfall ist beim Verfahren ohne Zähler zu prüfen, ob die Grenzbeschleunigungen überschritten werden. Dabei ist zu beachten, dass die Beschleunigung nicht nur von der gesteuerten Vorschubkraft, sondern auch von Störkräften hervorgerufen wird.

#### 6.4 Evaluierung der implementierten Lageregelung

Ziel war es, die Genauigkeit in Führungs- und Störverhalten mittels hochdynamischer unterlagerter kraftbildender Regelungen zu optimieren. Simulatorisch konnte gezeigt werden, dass für einen mechanisch steifen Lineardirektantrieb hierdurch Verbesserungspotential besteht. Der reale Antrieb besitzt für eine derart optimierte hochdynamische Geschwindigkeits- und Lageregelung eine Schwingneigung mit einer Frequenz  $f_{\text{res}} \approx 490$  Hz, die entsprechend Abb. 68 durch die Regelung mit dem einfachen Störgrößenbeobachter nicht aktiv bedämpft werden kann, sondern sogar angefacht wird. Ursache einer mechanischen Resonanz bei Lineardirektantrieben ist ein nachgiebig



aufgehängter Lagegeber. Der mechanisch steif<sup>18</sup> am Maschinentisch aufgehängte Abtastkopf kann dabei aufgrund der Eigenmoden des Maschinentisches gegen den Glasmaßstab schwingen [4,5]. Geeigneterweise wird der Abtastkopf an einem Ort des Maschinentisches aufgehängt, der bei relevanten Eigenschwingungen minimale, am besten gar keine Auslenkung in Vorschubrichtung hat. Da die Schwingungsknoten der relevanten Eigenmoden des Maschinentisches i. Allg. nicht zusammenfallen, ist für den Anbauort u.U. eine Kompromisslösung gefragt. Die Bandbreite der unterlagerten kraftbildenden Strom-/Flussregelungen lässt eine aktive Schwingungsbedämpfung [20] zwar grundsätzlich zu, allerdings ist ein erweiterter Beobachter, insbesondere bei Schwingung des Lagegebers gegen den Linearantrieb, unerlässlich. Alternativ lässt sich ein Bandsperrfilter in die Rückkopplung des Lageistwerts einbauen bzw. in den Beobachter integrieren. Zwar gelingt dabei keine aktive Schwingungsbedämpfung, aber die auftretenden Schwingungen<sup>19</sup> werden durch den Regelkreis nicht weiter verstärkt. Aus Zeitgründen wurde die Dynamik der überlagerten Lage- und Geschwindigkeitsregelung reduziert, indem die Reglerverstärkungen und die Beobachterrückführkoeffizienten begrenzt wurden. Für den Beobachter wurde ein 3facher Eigenwert bei  $z_B = 0,74$  ( vgl.5.2.3.1 ) angesetzt, während  $K_V$  und  $K_P$  um etwa 40% bzw. 50% reduziert wurden. Auswirkung hat die Begrenzung der Regelungsdynamik auf das Störverhalten, während das Führungsverhalten weiterhin durch die gleich bleibende Dynamik der unterlagerten kraftbildenden Regelung geprägt ist.

### 6.4.1 Führungsverhalten

Zur Untersuchung des Führungsverhaltens wurde ein Positioniervorgang entsprechend Abb. 84 untersucht. Dabei wurde als kraftbildende Regelung eine Deadbeat-Regelung verwendet. Zur Steuerung des Rucks wurde die verfügbare Wechselrichter Ausgangsspannung zu 75% ausgenutzt. Die tatsächlichen Soll- und Istkräfte enthalten entgegen der Voraussetzung reinen Führungsverhaltens auch die real auftretenden Vorschubkraftoberwellen und sonstige Störkräfte, z.B. durch Reibung.

In Abb. 85 ist der korrespondierende Schleppabstand als Funktion der Lage aufgetragen. Dabei wurde die Kurve in Pfeilrichtung durchlaufen, die Anfangs- und Endlage stimmten überein. Die Abbildung zeigt weiter den Verlauf des Schleppabstands für eine kraftbildende Regelung mit PI-Regler bei demselben Geschwindigkeitsprofil sowie die kraftbildende Deadbeat-Regelung für  $|v| \leq 7\text{m/min}$ . Da die unveränderte Dynamik der kraftbildenden Regelung maßgebend für den Schleppabstand ist, stimmt Simulation ( vgl. Abb. 71 ) und Messung sehr genau überein. Der Schleppabstand der kraftbildenden PI-Regelung ist deutlich größer als der bei Deadbeat-Regelung und die

---

<sup>18</sup> Offene Lagemesssysteme eignen sich mangels mechanischer Koppelglieder demzufolge besonders.

<sup>19</sup> Die dem Regler dann unbekannt sind.

Schleppabstände für verschiedene Vorschubgeschwindigkeiten stehen aufgrund der Proportionalität zur maximalen Vorschubgeschwindigkeit im entsprechenden Verhältnis.

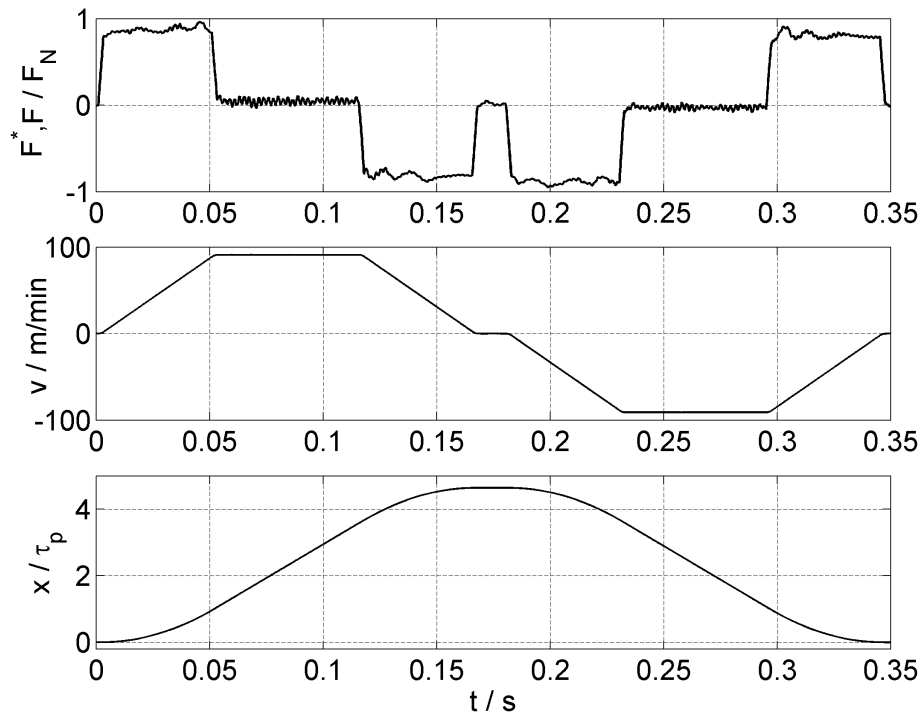


Abb. 84: Verlauf der Regelgrößen bei einem Positioniervorgang mit der maximalen Geschwindigkeit  $|v_{\max}| = 91$  m/min

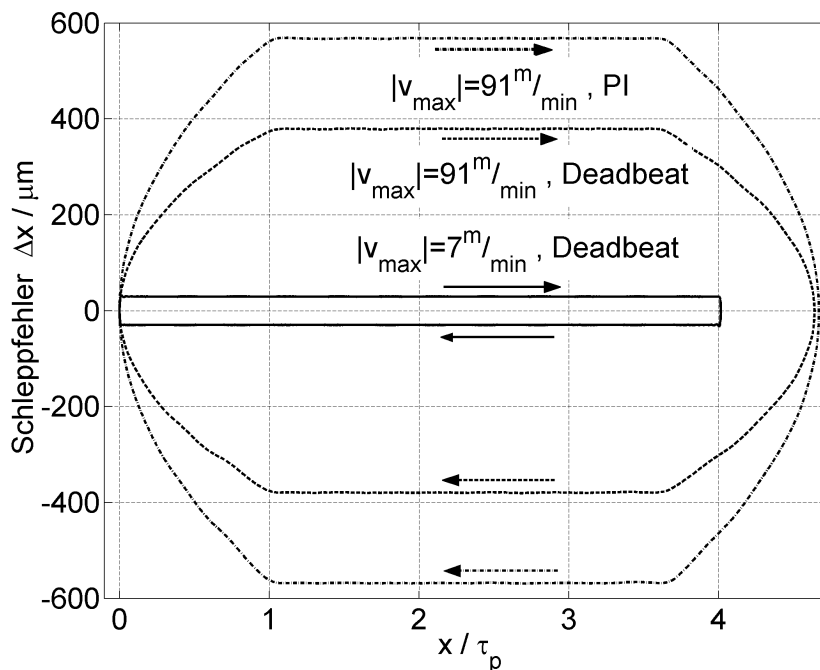


Abb. 85: Schleppabstände für verschiedene Geschwindigkeiten und Kraftregelungen unterschiedlicher Struktur

Abb. 86 zeigt die über dem Ort aufgetragenen Geschwindigkeitsverläufe und die korrespondierenden beobachteten Störkräfte. Offensichtlich ist die Welligkeit mit einer Wellenlänge von einem Drittel der Polteilung aufgrund der Nutzung des Primärteils.

Für eine hohe Vorschubkraft sind auch die Vorschubkraftoberwellen groß<sup>20</sup>. Für die hohe Geschwindigkeit von 91m/min ist zusätzlich die Störkraftfrequenz von 490 Hz überlagert, die vermieden werden sollte. Darüberhinaus besitzt die Störkraft eine geschwindigkeitsrichtungs- und betragsabhängige Reibungskraft der Linearführungslager.

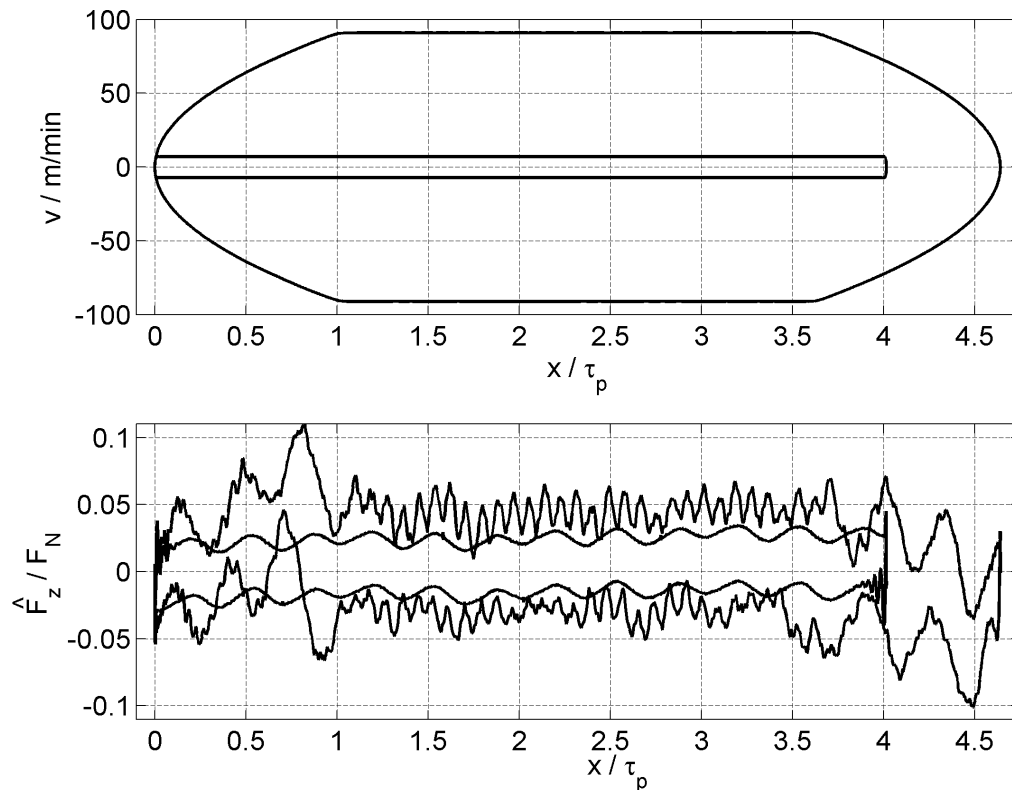


Abb. 86: Geschwindigkeitsverläufe und korrespondierende beobachtete Störkräfte ( beide Deadbeat-Regelung )

### 6.4.2 Dynamische Laststeifigkeit

Zur Untersuchung der dynamischen Laststeifigkeit wurden Abwurfversuche von unterschiedlichen Gewichten vorgenommen. Abb. 87 vergleicht Lastabwürfe für verschiedene kraftbildende Regelungen bei einer Abtastzeit von  $T_A = 125\mu\text{s}$ . Für die einzelnen Gewichte verhält sich die Regelung im Fall des kleinen Gewichts linear ohne Erreichen der Spannungsgrenze. Im Fall des großen Gewichts wird die Spannungsgrenze erreicht, sodass hier keine Proportionalität der maximalen Auslenkung zur Sprunghöhe des Lastabwurfs mehr besteht. Aufgrund der reduzierten Dynamik der überlagerten Geschwindigkeits- und Lageregelung gegenüber der Simulation geht die Überlegenheit der Deadbeat-Regelung hinsichtlich der dynamischen Laststeifigkeit gegenüber der PI-Regelung weitgehend verloren.

Die Simulationsergebnisse haben gezeigt, dass die dynamische Laststeifigkeit mit steigender einheitlicher Abtastzeit aller Regelkreise deutlich abnimmt. Aus diesem Grund

<sup>20</sup> erkennbar während der Beschleunigungsvorgänge auf die Geschwindigkeit von 91m/min

wurde in einem weiteren Versuch stattdessen die Abtastzeit des kraftbildenden Regelkreises und des Beobachters bei  $T_A = 125 \mu\text{s}$  belassen und die Abtastzeit der überlagerten Geschwindigkeits- und Lageregelung auf  $T_{Av} = 375 \mu\text{s}$  eingestellt.

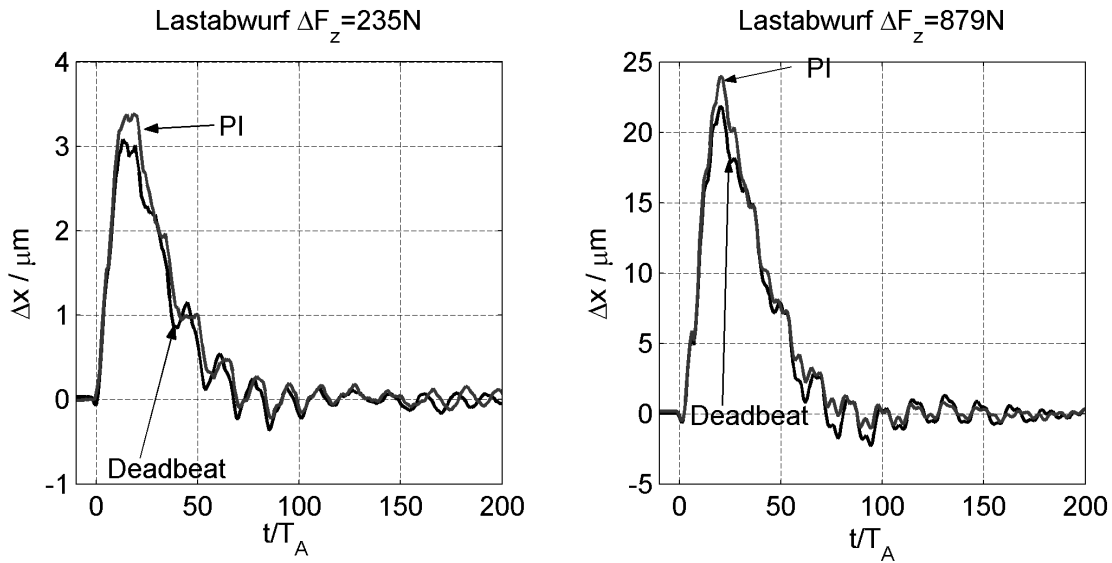


Abb. 87: Ausweichbewegungen infolge von Lastabwürfen verschiedener Höhe für kraftbildende PI- und Deadbeat-Regelung und einer Abtastzeit  $T_A = 125 \mu\text{s}$

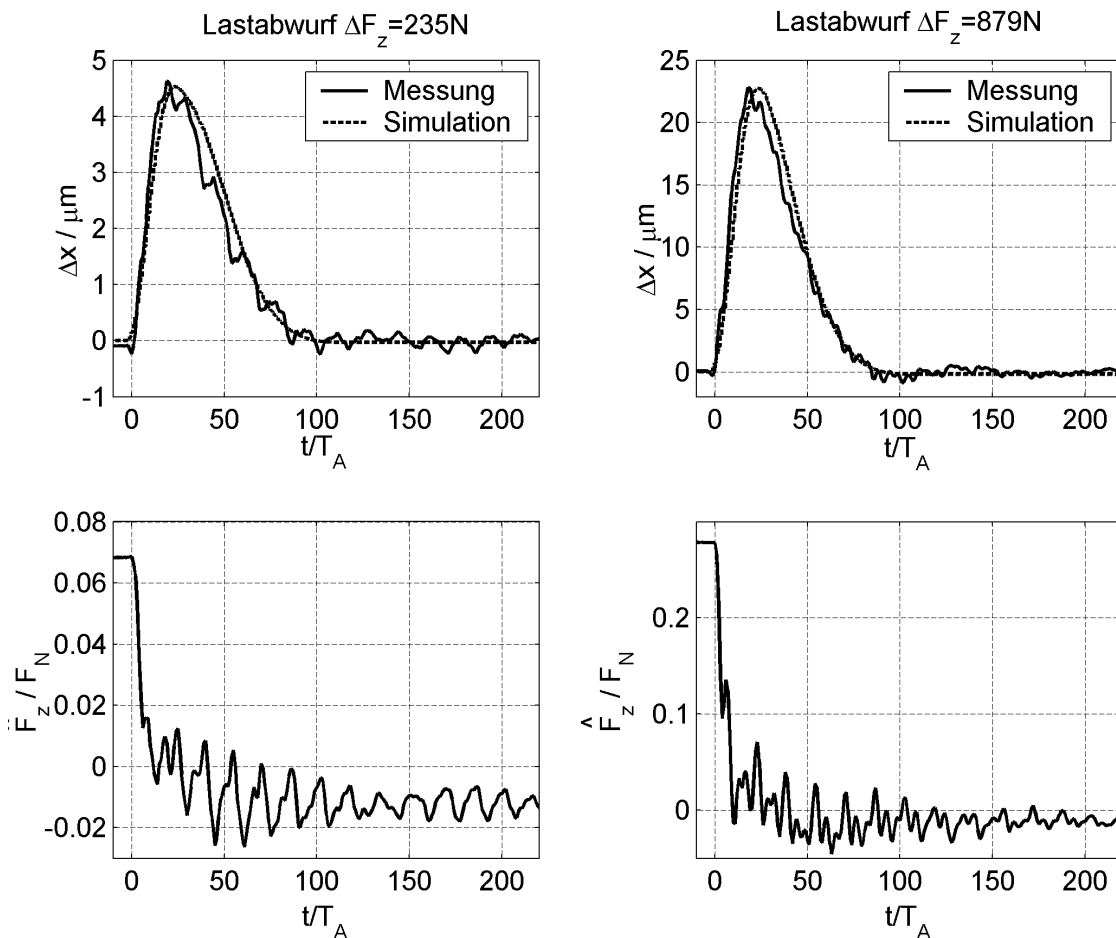


Abb. 88: Ausweichbewegungen und korrespondierende, beobachtete Lastkräfte infolge von Lastabwürfen bei  $T_A = 125 \mu\text{s}$  im unterlagerten, kraftbildenden Regelkreis und Lastkraftbeobachter und einer Abtastzeit  $T_{Av} = 375 \mu\text{s}$  in der überlagerten Geschwindigkeits- und Lageregelung

Die Ergebnisse sind in Abb. 88 dargestellt. Aufgrund der vergleichsweise geringeren Dynamik der Lage- und Geschwindigkeitsregelung ergibt sich zwar eine geringere dynamische Laststeifigkeit, aber auch eine weiter reduzierte Anregung der Störfrequenz  $f_m = 490$  Hz und dadurch glattere Verläufe der Lage. Für den großen Lastabwurf ist der maximale Lagefehler vergleichbar mit dem für einheitliche Abtastzeiten  $T_A = 125 \mu\text{s}$  aller Regelkreise, da die Spannungsbegrenzung dominiert.

## 6.5 Zusammenfassung der Zwischenergebnisse

Es wurde das Zusammenwirken von Lineardirektantrieb, Belastungseinrichtung, Leistungs- und Signalelektronik des Versuchsstands beschrieben.

Für den Versuchsbetrieb mit Echtzeitregelaufgaben lässt sich ein Standard-PC hervorragend einsetzen, da er über eine hohe Rechenleistung und einen großen Speicherplatz zur Aufnahme ausgedehnter transienter Vorgänge verfügt.

Wanderwellenvorgänge auf der Motorzuleitung und innerhalb der Motorwicklung führen zu signifikanten Störströmen, die das Regelungsverhalten maßgeblich beeinträchtigen können. Es wurde gezeigt, inwieweit analoge Filter und eine geeignete Abtastung ihren Einfluss minimieren.

Unter der Voraussetzung, dass die Anzahl der überfahrenen Ortsperioden eines sin/cos-Lagegebers in der Regelungssoftware berechnet werden, lässt sich die Lage trotz Unterabtastung der Lagesignale eindeutig bestimmen. Welche Anforderungen das Verfahrens an die Beschleunigung und Geschwindigkeit des Antriebs stellt, wurde diskutiert.

Mechanische Eigenmoden des Antriebssystems können die mechanische Steifigkeit signifikant beeinträchtigen und den Raum der relevanten Reglerparameter der Lage- und Geschwindigkeitsregelung eingrenzen. Dadurch reduzierte sich im Versuch der theoretisch erzielbare Dynamikvorteil einer hochdynamischen kraftbildenden Regelung gegenüber der Standardregelung im Störverhalten. Bei Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft ist die Führungsgenauigkeit durch eine hochdynamische kraftbildende Regelung optimierbar.

## 7 Zusammenfassung

Im Folgenden sollen die wesentlichen Untersuchungsergebnisse abschließend zusammengefasst werden.

Die wesentlichen Anforderungen an hochdynamische Lineardirektantriebe in modernen Fertigungseinrichtungen sind in erster Linie ein hohes Beschleunigungsvermögen, eine hochdynamische Stellfähigkeit der Beschleunigung und eine hohe Verfahrensgeschwindigkeit. Da Lineardirektantriebe eine ausgesprochen hohe mechanische Steifigkeit besitzen, hängen die statische und dynamische Genauigkeit im Führungs- und Störverhalten im Wesentlichen von den steuerungs- und regelungstechnischen Eigenschaften des Antriebssystems ab.

Die erreichbare Dynamik eines einzelnen Regelkreises einer herkömmlichen Kaskadenregelung wird von der des jeweils unterlagerten Regelkreises festgelegt. Eine Erhöhung der Dynamik des maßgebenden kraftbildenden Regelkreises war daher Gegenstand der Untersuchungen. Zu diesem Zweck wurden als kraftbildende Regelungen eine konventionelle PI-Stromregelung und Deadbeat-Regelungen mit minimaler Einstellzeit ( als hochdynamische Regelung ) vergleichend untersucht. Beide Regelkonzepte erfordern ein lineares Maschinenmodell.

Infolge magnetischer Sättigung besitzen magnetisch hoch ausgenutzte Maschinen eine ausgeprägte magnetische Nichtlinearität. Eine Unsymmetrie der Primärwicklung aufgrund des Längsrandeffekts oder eines anderweitig unsymmetrischen Wicklungsaufbaus ist grundsätzlich mehr oder weniger, bei der untersuchten Linearmaschine stark ausgeprägt. Trotz Vernachlässigung der Wirbelströme im Primär- und Sekundärteil ergibt sich für die untersuchte Linearmaschine mit Oberflächenmagneten ein hinreichend genaues Modell für den mit der Primärwicklung verketteten Fluss, abhängig von Primärstrom und Lage. Angesichts der geblechten Ausführung des Primärteils, einer sehr großen primären Streuung<sup>21</sup> und eines großen sekundären Widerstands ist diese Vereinfachung zulässig.

Ausgehend von den Strangspannungen der dreiphasigen Wicklung wurden unter Vernachlässigung von Wirbelströmen dynamische Zustandsmodelle mit den Strömen oder verketteten Flüssen als Zustandsgrößen abgeleitet, die die nichtlinearen magnetischen Maschineneigenschaften berücksichtigen. Dabei wurde gezeigt, wie auch für allgemeine Beziehungen zwischen Fluss, Strom und Position äquivalente zweisträngige Modelle in den üblichen primärteil- oder sekundärteilorientierten  $\alpha\beta$ - bzw.  $dq$ -Koordinaten abgeleitet werden können. Die Darstellung kann allerdings nicht mit Raumzeiger-, sondern nur mit vektorieller Tensorrechnung erfolgen.

---

<sup>21</sup> Der sich über das Sekundärteil schließende, von den Wicklungsströmen hervorgerufene Flussanteil ist aufgrund einer großen Reluktanz vom Betrag her klein.

Da diese Maschinenmodelle sowohl statisch als auch dynamisch gelten, konnten die magnetischen Eigenschaften mit magnetostatischen FE Berechnungen ermittelt werden. Ein solcher Ansatz verspricht bereits im Entwurfsstadium der Maschine sehr genaue Kenntnis ihres dynamischen Verhaltens. Die mit der Wicklung verketteten Flüsse und die differenziellen Induktivitäten wurden aus der magnetischen Energie und Koenergie abgeleitet. Diese energetische Methode lieferte sehr robuste Ergebnisse, selbst bei grober Vernetzung. Die so ermittelten verketteten Flüsse befinden sich mit relativen Abweichungen von weniger als 5% in guter Übereinstimmung mit den entsprechenden Messergebnissen.

Verfahren aus der Literatur zur Messung der Flüsse und Induktivitäten, die entweder das Abklingverhalten eines Gleichstroms oder den verketteten Fluss als Integral der angelegten Spannung ermitteln, erfordern entweder einen gesonderten Messaufbau und hohen Messaufwand oder eine Korrektur der umrichterbedingten Fehlerspannungen<sup>22</sup>. Im Gegensatz dazu werden beim hier vorgestellten Verfahren die Stromänderungen aufgrund von eingprägten Spannungen untersucht und die differenziellen Induktivitäten direkt algebraisch aus den Messergebnissen berechnet. Die verketteten Flüsse lassen sich anschließend als Integral der differenziellen Induktivitäten nach den Strömen ermitteln.

Eine ausgeprägte magnetische Nichtlinearität erfordert eine geeignete Regelung. Untersucht wurden:

1. eine konventionelle PI-Stromregelung,
2. eine Deadbeat-Stromregelung und
3. eine Deadbeat-Regelung der Primärflussverkettung.

Der Stromregelung wurde ein Stromzustandsmodell, der Regelung des verketteten Flusses ein Flusszustandsmodell zugrunde gelegt. Anders als das Stromzustandsmodell erwies sich das Flusszustandsmodell robust gegenüber der magnetischen Nichtlinearität. Trotzdem verhielt sich auch die herkömmliche PI-Stromregelung relativ robust, während die Deadbeat-Stromregelung zur Vermeidung von Grenzyklen parameteradaptiv ausgeführt werden musste. Auch die PI-Regelung ließ sich als parameteradaptive Regelung optimieren. Eine ausreichend kleine Abtastzeit garantierte bei schnellen Änderungen des Betriebspunkts eine ausreichend kleinschrittige Anpassung des Modells. Ein wesentlicher Vorteil der Stromregelung ist, dass die Ströme direkt messbar sind. Aufgrund der weitgehenden Linearität des Flusszustandsmodells funktionierte die Flussregelung selbst für größere Abtastzeiten zufriedenstellend. Da der verkettete Fluss nicht direkt messbar ist, muss er beobachtet werden. Hier wurde das Flussmodell als nicht rückgekoppelter und somit driftfreier Beobachter verwendet, der einem an einer bestimmten Position gemessenen Strom geschwindigkeitsunabhängig einen entsprechenden verketteten Fluss zuordnet. Zwar besitzen Deadbeat-Regler mit

---

<sup>22</sup> Durchlassspannungen der Wechselrichterventile und Fehlerspannungen aufgrund der Schalttotzeiten

minimaler Einstellzeit bei gegebener Abtastzeit ein herausragendes Übergangsverhalten, doch erfordern sie als prädiktive Regelverfahren ein genaues, lineares Maschinenmodell, ggf. mit Parameteradaption. Ist die Abtastzeit die maßgebende Streckenzeitkonstante<sup>23</sup>, so lässt sich die Dynamik der vergleichsweise einfachen und robusten PI-Stromregelung durch Verkleinern der Abtastzeit weiter erhöhen. Grundsätzlich gilt aber: Je höher die Regelungsdynamik, desto kleiner ist der Steuerbarkeitsbereich, innerhalb dessen der Regler ohne Stellgliedbegrenzung linear arbeitet und außerhalb dessen er ggf. zusätzliche Maßnahmen zur Vermeidung nichtlinearer Schwingungen erfordert.

Bei geeigneter nichtlinearer Steuerung der kraftbildenden Ströme/Flüsse abhängig von der Sollkraft gelingt es, die magnetische Nichtlinearität auf den innersten, den kraftbildenden Regelkreis der Kaskadenstruktur zu begrenzen.

Durch Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft lässt sich das Führungsverhalten der Lageregelung optimieren, das dann durch die Dynamik des kraftbildenden Regelkreis festgelegt ist. Durch die um etwa 50% höhere Verzögerungszeit der PI- gegenüber der Deadbeat-Regelung<sup>24</sup> wird bei dieser ein entsprechend kleinerer Schleppfehler erzielt. Es gilt: Je dynamischer die Regelung bei vorgegebener Abtastzeit und je kleiner die Abtastzeit, desto kleiner ist der Schleppfehler.

Eine P-Lage- und P-Geschwindigkeitsregelung mit Störkraftbeobachtung und –vorsteuerung stabilisiert die Lageregelung mit Vorsteuerung; sie wurde hinsichtlich guten Störverhaltens optimiert. So wird stationäre Genauigkeit bei Lastsprüngen und aktive Dämpfung niederfrequenter Störkräfte erzielt. Die dynamische Laststeifigkeit bzw. Genauigkeit bei Auftreten von Störkräften wurde anhand von Lastsprungantworten der Lage untersucht. Bei gleicher Abtastzeit konnte für einen mechanisch steifen Lineardirektantrieb simulatorisch gezeigt werden, dass die dynamische Laststeifigkeit mit bis zu  $112\text{N}/\mu\text{m}$  bei unterlagerter Deadbeat-Regelung gegenüber der PI-Regelung um mindestens 25% höher liegt. Auch hier gilt: Je dynamischer die Regelung bei vorgegebener Abtastzeit und je kleiner die Abtastzeit, desto höher ist die erreichbare dynamische Laststeifigkeit. Dabei erhöht sich jedoch auch die Spannungsanforderung an den Wechselrichter, sodass die Grenzsprunghöhe der Lastsprünge, ab der zunehmend nichtlineare Einschwingvorgänge stattfinden, sinkt. Hier ist für eine gegebene Grenzlastcharakteristik ein Optimum zwischen weitgehend linearem und hochdynamischem Störverhalten zu finden. Die einschlägige Literatur zeigt, dass mechanisch hochgradig steife Lineardirektantriebe nur unter Berücksichtigung der Eigenmoden von Maschinentisch und Maschinengestell erzielt werden können. So kann ein ungünstig angebrachter Lageabtastkopf durch die Eigenmoden des Maschinentisches so bewegt werden, dass die entsprechende Eigenfrequenz in den Regelkreis eingekoppelt wird.

<sup>23</sup> hier: Rechentotzeit der Regelung.

<sup>24</sup> bei gleicher Abtastzeit; die Abtastzeit als für die PI-Reglerauslegung maßgebende Zeitkonstante



Durch Begrenzung der Reglerparameter und infolgedessen der Regelungsdynamik lässt sich der Einfluss dieser Eigenfrequenzen gering halten. So musste auch am untersuchten Lineardirektantrieb die Regelungsdynamik der Lage- und Geschwindigkeitsregelung soweit zurückgenommen werden, dass sowohl mit unterlagerter Deadbeat-Regelung als auch mit PI-Regelung vergleichbare Ergebnisse hinsichtlich der dynamischen Laststeifigkeit erzielt wurden.

Schließlich lässt sich nochmals hervorheben, dass

- sich der Schleppfehler bei Vorsteuerung der beschleunigenden Vorschubkraft durch eine zunehmende Dynamik des kraftbildenden Regelkreis reduzieren lässt<sup>25</sup>!
- die theoretisch erreichbare dynamische Laststeifigkeit durch zunehmende Dynamik des kraftbildenden Regelkreis erhöht werden kann, dennoch der Dynamik von der Lage- und Geschwindigkeitsregelung sowie des Beobachters real Grenzen gesetzt sind, damit unberücksichtigte mechanische Eigenfrequenzen nicht zu stark in den Regelkreis eingekoppelt werden!

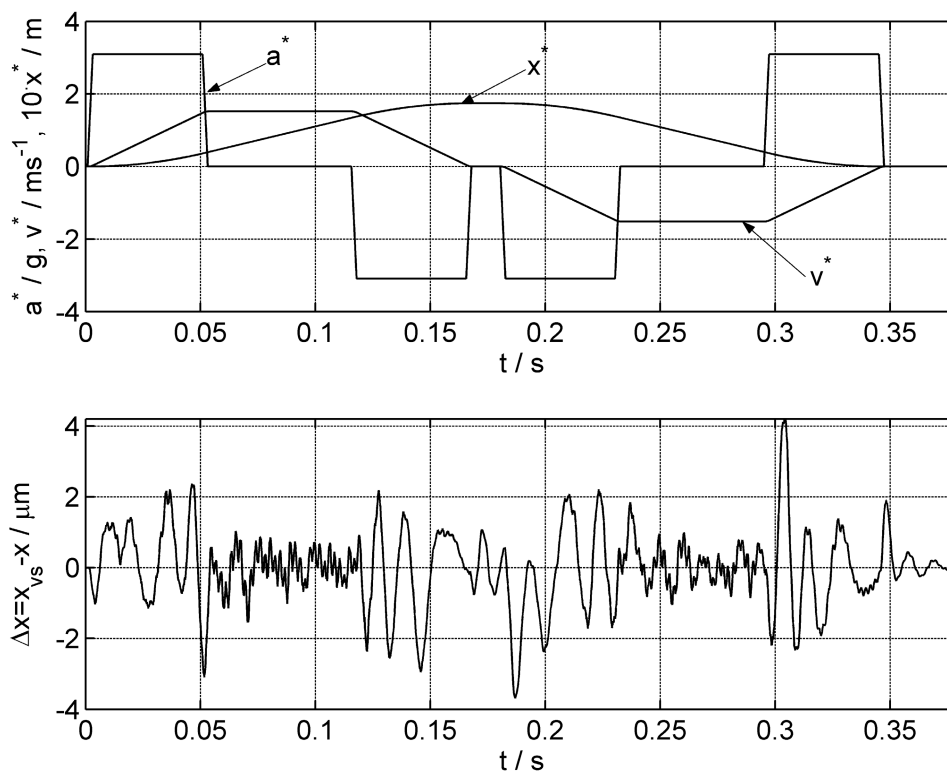


Abb. 89: *Verfahrenvorgang mit  $v^*=91\text{m/min}$ ,  $a^*=3.1g$  und dazugehörige Bahnfehler bei einer Abtastfrequenz  $f_A=8\text{kHz}$*

Der untersuchte Lineardirektantrieb zeigte bei einer Abtastfrequenz von 8 kHz und einer bewegten Masse von 80 kg mit einer dynamischen Laststeifigkeit von  $\sim 80\text{ N}/\mu\text{m}$

<sup>25</sup> Anmerkung: Der Begriff der „schleppfehlerfreien Lageregelung“ bezieht sich auf eine prädiktive Vorsteuerung, die Sollwerte so prädiziert, dass der ursprüngliche Sollwert schleppfehlerfrei erreicht wird.

und sehr kleinen Bahnfehlern ein gutes Regelverhalten. Abb. 89 zeigt, dass die maximalen Bahnfehler mit den Vorschubkraftoberwellen ( insbesondere durch Nutung ) während der Beschleunigungsphasen korreliert sind.

Abschließend sei als Ausblick angemerkt, dass ein Störkraftmodell für die inhärenten deterministischen Störkräfte hier eine weitere Verbesserung der Bahngenaugigkeit verspricht.

## Anhang

### A1 Beschreibung des Klemmenverhaltens einer dreisträngigen elektrischen Maschine mit ihren elektromagnetischen Zustandsgrößen

Für jeden einzelnen Strang der allgemeinen Maschine lässt sich jeweils eine Spannungsgleichung angeben. In vektorieller Darstellung ergibt sich:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{pmatrix}}_{\vec{u}_{ABC}} = \underbrace{\begin{pmatrix} R_A & 0 & 0 \\ 0 & R_B & 0 \\ 0 & 0 & R_C \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{R}}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{pmatrix}}_{\vec{i}_{ABC}} + \frac{d}{dt} \underbrace{\begin{pmatrix} \Psi_A \\ \Psi_B \\ \Psi_C \end{pmatrix}}_{\vec{\Psi}_{ABC}} \quad \text{oder} \quad \vec{u}_{ABC} = \underline{\underline{R}} \cdot \vec{i}_{ABC} + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_{ABC} \quad (115)$$

Die Zweiachsen-Transformation in statorfeste  $\alpha\beta 0$ -Koordinaten ist eine lineare Abbildung der Stranggrößen, im Folgenden der Strangspannungen:

$$\vec{u}_{\alpha\beta 0} = \begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{T}}_{ABC}} \cdot \vec{u}_{ABC} \quad \text{bzw.} \quad \vec{u}_{ABC} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{T}}_{ABC}^{-1}} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta 0} \quad (116)$$

Mit (116) transformiert man (115) zu:

$$\begin{aligned} \vec{u}_{\alpha\beta 0} &= \underline{\underline{T}}_{ABC} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{T}}_{ABC}^{-1} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta 0} + \underline{\underline{T}}_{ABC} \cdot \frac{d}{dt} \left( \underline{\underline{T}}_{ABC}^{-1} \cdot \vec{\Psi}_{\alpha\beta 0} \right) \\ \vec{u}_{\alpha\beta 0} &= \underline{\underline{T}}_{ABC} \cdot \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{T}}_{ABC}^{-1} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta 0} + \frac{d}{dt} \vec{\Psi}_{\alpha\beta 0} \end{aligned} \quad (117)$$

Weiter wird angenommen, dass gilt:

$$\vec{\Psi}_{ABC} = \vec{\Psi}_{ABC}(\vec{i}_{ABC}, x) \quad (118)$$

Mit (118) entsteht aus (115):

$$\vec{u}_{ABC} = \underline{\underline{R}} \cdot \vec{i}_{ABC} + \underbrace{\frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}} \cdot \frac{d\vec{i}_{ABC}}{dt}}_{u_{mABC}} + \underbrace{\frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}_{u_{iABC}} \quad \text{mit} \quad \frac{\partial \vec{\Psi}_{ABC}}{\partial \vec{i}_{ABC}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi_A}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi_B}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi_B}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi_B}{\partial i_C} \\ \frac{\partial \Psi_C}{\partial i_A} & \frac{\partial \Psi_C}{\partial i_B} & \frac{\partial \Psi_C}{\partial i_C} \end{pmatrix} \quad (119)$$

Darin bezeichnet  $\vec{u}_{mABC}$  die transformatorische Spannung und  $\vec{u}_{iABC}$  die aufgrund der Bewegung induzierte Spannung.

Transformiert man (119) mit (116), so ergibt sich (120).

$$\begin{aligned} \bar{u}_{\alpha\beta 0} = & \underline{T}_{ABC} \cdot \underline{R} \cdot \underline{T}_{ABC}^{-1} \cdot \bar{i}_{\alpha\beta 0} + \underbrace{\underline{T}_{ABC} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{ABC}}{\partial \bar{i}_{ABC}} \cdot \underline{T}_{ABC}^{-1}}_{\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta 0}}{\partial \bar{i}_{\alpha\beta 0}}} \cdot \frac{d\bar{i}_{\alpha\beta 0}}{dt} + \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta 0}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \\ & \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta 0}}{\partial \bar{i}_{\alpha\beta 0}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\beta}} & \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_0} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\beta}} & \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_0} \\ \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_{\beta}} & \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_0} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (120)$$

Aus der Knotenpunktsbedingung ergibt sich für die im Stern geschaltete Maschine mit isoliertem Sternpunkt die Nullstromfreiheit (121).

$$i_0 = \frac{1}{3}(1 \quad 1 \quad 1) \cdot \bar{i}_{\alpha\beta 0} = 0 \quad (121)$$

Mit (121) ergibt sich aus (120) die Gleichung (122):

$$\begin{pmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \\ u_0 \\ \bar{u}_{\alpha\beta} \\ u_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2R_A + \frac{1}{2}(R_B + R_C) & \frac{\sqrt{3}}{2}(R_C - R_B) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(R_C - R_B) & \frac{3}{2}(R_B + R_C) \\ R_A - \frac{1}{2}(R_B + R_C) & \frac{\sqrt{3}}{2}(R_B - R_C) \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{pmatrix}}_{\bar{i}_{\alpha\beta}} + \begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_0}{\partial i_{\beta}} \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{\alpha} \\ i_{\beta} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial x} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial x} \\ \frac{\partial \Psi_0}{\partial x} \end{pmatrix}}_{\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x}} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (122)$$

Zwei unabhängige verkettete Spannungen lassen sich entsprechend (123) eindeutig durch die Spannungen  $\bar{u}_{\alpha\beta}$  ausdrücken.

$$\begin{pmatrix} u_{AB} \\ u_{BC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \bar{u}_{ABC} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \underline{T}_{ABC}^{-1} \cdot \bar{u}_{\alpha\beta 0} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} u_{\alpha} \\ u_{\beta} \end{pmatrix}}_{\bar{u}_{\alpha\beta}} \quad (123)$$

Somit lässt sich das Klemmenverhalten der im Stern geschalteten Maschine mit isoliertem Sternpunkt mit den Strömen  $\bar{i}_{\alpha\beta}$  und Spannungen  $\bar{u}_{\alpha\beta}$  unter Ausschluß der Nullspannung  $u_0$  eindeutig beschreiben ( vgl. (124) ).

$$\bar{u}_{\alpha\beta} = \frac{1}{3} \underbrace{\begin{pmatrix} 2R_A + \frac{1}{2}(R_B + R_C) & \frac{\sqrt{3}}{2}(R_C - R_B) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(R_C - R_B) & \frac{3}{2}(R_B + R_C) \end{pmatrix}}_{\underline{R}_{\alpha\beta}} \cdot \bar{i}_{\alpha\beta} + \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\alpha}}{\partial i_{\beta}} \\ \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\alpha}} & \frac{\partial \Psi_{\beta}}{\partial i_{\beta}} \end{pmatrix}}_{\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \bar{i}_{\alpha\beta}}} \cdot \frac{d\bar{i}_{\alpha\beta}}{dt} + \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (124)$$

Da ein U-WR nur 2 verkettete Spannungen unabhängig steuern kann ist die Beschreibung sowohl der Maschine, als auch des U-WRs mittels der Größen  $\bar{u}_{\alpha\beta}$  und  $\bar{i}_{\alpha\beta}$  die geeignete. Dabei können die Bezugspunkte der Strangspannungen des U-WR und der Maschinenstrangspannungen (der isolierte Sternpunkt) durchaus unterschiedlich sein.

Transformiert man (124) mittels (125) in ein um den Winkel  $\theta$  verdrehtes Koordinatensystem, so ergibt sich (126).

$$\underbrace{\begin{pmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{pmatrix}}_{\vec{u}_{\alpha\beta}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}}_{\underline{T}_{=dq}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix}}_{\vec{u}_{dq}}; \quad \vec{u}_{dq} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}}_{\underline{T}_{=dq}^{-1}} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta} \quad (125)$$

$$\vec{u}_{dq} = \underline{T}_{=dq}^{-1} \cdot \underline{R}_{\alpha\beta} \cdot \underline{T}_{=dq} \cdot \vec{i}_{dq} + \underline{T}_{=dq}^{-1} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta}} \cdot \frac{d}{dt} \left( \underline{T}_{=dq} \cdot \vec{i}_{dq} \right) + \underline{T}_{=dq}^{-1} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \underline{T}_{=dq} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \right) \cdot \frac{dx}{dt} \quad (126)$$

Wird das  $dq$ -Koordinatensystem läuferfest, so gilt (127).

$$\theta = \frac{\pi}{\tau_p} \cdot x \quad (127)$$

Dadurch vereinfacht sich (126) zu (128) bzw. (129).

$$\vec{u}_{dq} = \underline{T}_{=dq}^{-1} \cdot \underline{R}_{\alpha\beta} \cdot \underline{T}_{=dq} \cdot \vec{i}_{dq} + \underline{T}_{=dq}^{-1} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta}} \cdot \underline{T}_{=dq} \cdot \frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} + \underline{T}_{=dq}^{-1} \cdot \left( \underline{T}_{=dq} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} + \frac{\partial \underline{T}_{=dq}}{\partial x} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \right) \cdot \frac{dx}{dt} \quad (128)$$

$$\vec{u}_{dq} = \underline{T}_{=dq}^{-1} \cdot \underline{R}_{\alpha\beta} \cdot \underline{T}_{=dq} \cdot \vec{i}_{dq} + \underline{T}_{=dq}^{-1} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial \vec{i}_{\alpha\beta}} \cdot \underline{T}_{=dq} \cdot \frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} + \left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \right) \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\vec{u}_{dq} = \underline{R}_{=dq} \cdot \vec{i}_{dq} + \frac{d\bar{\Psi}_{dq}}{dt} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\text{mit } \underline{R}_{=dq} = \begin{pmatrix} \bar{R} + \Delta R \cdot \cos(2\theta) + R' \cdot \sin(2\theta) & -\Delta R \cdot \sin(2\theta) + R' \cdot \cos(2\theta) \\ -\Delta R \cdot \sin(2\theta) + R' \cdot \cos(2\theta) & \bar{R} - \Delta R \cdot \cos(2\theta) - R' \cdot \sin(2\theta) \end{pmatrix} \quad (129)$$

$$\bar{R} = \frac{R_A + R_B + R_C}{3}; \quad \Delta R = \frac{2R_A - (R_B + R_C)}{6}; \quad R' = \frac{R_C - R_B}{2\sqrt{3}}$$

## A2 Ermittlung der elektromagnetischen Kraft aus einer Leistungsbilanz

Die insgesamt den Maschinenklemmen zugeführte Leistung ergibt sich entsprechend (130) als Summe der Strangleistungen.

$$p_{el} = \sum_{k=A,B,C} i_k \cdot u_k = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \vec{u}_{ABC} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \left( \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC}^T + \frac{d\bar{\Psi}_{ABC}}{dt} \right) \quad (130)$$

Wird hierin die Spannungsgleichung (115) eingesetzt, so führt der ohmsche Spannungsabfall zur Verlustleistung  $p_V$ , die transformatorische Spannung zu einer Leistung  $p_m$ , die den magnetischen Energieinhalt ändert und die Bewegungsspannung zur mechanisch abgegebenen Leistung  $p_{mech}$ :

$$p_{el} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \left( \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC}^T + \frac{d\bar{\Psi}_{ABC}}{dt} \right) = \underbrace{\vec{i}_{ABC}^T \cdot \underline{R} \cdot \vec{i}_{ABC}^T}_{p_V} + \underbrace{\vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{d\bar{\Psi}_{ABC}}{d\vec{i}_{ABC}} \cdot \frac{d\vec{i}_{ABC}}{dt}}_{p_m} + \underbrace{\vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{ABC}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}}_{p_{mech}} \quad (131)$$

Aus der mechanischen Leistung lässt sich die elektromagnetisch entwickelte Kraft  $F$  des Linearmotors zu (132) ableiten.

$$F = p_{mech} \cdot \left( \frac{dx}{dt} \right)^{-1} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{ABC}}{\partial x} \quad (132)$$

Mit (116) ergibt sich (133):

$$p_{el} = \left( T_{ABC}^{-1} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta 0} \right)^T \cdot T_{ABC}^{-1} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta 0} = \vec{i}_{\alpha\beta 0}^T \cdot \underbrace{T_{ABC}^{-1} \quad T \quad T_{ABC}^{-1}}_{\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta 0} \quad (133)$$

Für die im Stern geschaltete Maschine gilt die Nullstromfreiheit (121), sodass sich die den Klemmen zugeführte Leistung allein aus den Strömen  $\vec{i}_{\alpha\beta}$  und Spannungen  $\vec{u}_{\alpha\beta}$  im zweiachsigen  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem berechnet ( vgl. (134) ).

$$p_{el} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \vec{u}_{ABC} = \vec{i}_{\alpha\beta 0}^T \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \cdot \vec{u}_{\alpha\beta 0} = \frac{3}{2} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta}^T \cdot \vec{u}_{\alpha\beta} \quad (134)$$

Genauso gilt für die elektromagnetische Kraft  $F$  mit (132) und (116) die Gleichung (135).

$$F = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{ABC}}{\partial x} = \left( T_{ABC}^{-1} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta 0} \right)^T \cdot \frac{\partial \left( T_{ABC}^{-1} \cdot \bar{\Psi}_{\alpha\beta 0} \right)}{\partial x} = \vec{i}_{\alpha\beta 0}^T \cdot \left( T_{ABC}^{-1} \quad T \quad T_{ABC}^{-1} \right) \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta 0}}{\partial x} \quad (135)$$

Für die im Stern geschaltete Maschine mit isoliertem Sternpunkt gilt (121) und damit lässt sich auch die elektromagnetische Kraft eindeutig aus den zweiachsigen Komponenten  $\vec{i}_{\alpha\beta}$  und  $\frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x}$  bestimmen ( vgl. (136) ).

$$F = \frac{3}{2} \cdot \vec{i}_{\alpha\beta}^T \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{\alpha\beta}}{\partial x} \quad (136)$$

Die Darstellung der zweiachsigen Komponenten im läuferfesten  $dq$ -Koordinatensystem durch Transformation von (136) mit (125) und (127) liefert (137).

$$F = \frac{3}{2} \cdot \left( T_{dq} \cdot \vec{i}_{dq} \right)^T \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( T_{dq} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \right) = \frac{3}{2} \cdot \vec{i}_{dq}^T \cdot T_{dq}^T \cdot T_{dq} \cdot \left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \right) \quad (137)$$

$$F = \frac{3}{2} \cdot \vec{i}_{dq}^T \cdot \left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq} \right)$$

### A3 Berechnung von Fluss und mechanischer Kraft aus der magnetischen Koenergie

Sowohl der Fluss als auch die mechanische Kraft lassen sich aus der Koenergie ableiten. Der Zusammenhang zwischen magnetischer Energie, Koenergie und magnetischem Fluss und dem Wicklungsstrom ist folgendermaßen gegeben.

$$W_m(\vec{i}_{ABC}, x) + \underbrace{W_{cm1}(\vec{i}_{ABC}, x) + W_{cm2}(x)}_{W_{cm}(\vec{i}_{ABC}, x)} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \vec{\Psi}_{ABC} \quad (138)$$

Differenziation von (138) nach der Zeit liefert:

$$\frac{dW_m}{dt} + \left[ \left( \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_A} \quad \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_B} \quad \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_C} \right) - \vec{\Psi}_{ABC}^T \right] \cdot \frac{d\vec{i}_{ABC}}{dt} + \frac{\partial W_{cm}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{ABC}}{dt} \quad (139)$$

Vergleicht man diese Gleichung mit der Summe aus induktiver und mechanischer Leistung (140), so zeigt sich, dass die Gleichungen genau dann identisch sind, wenn der verkettete Fluss der Beziehung (141) und die mechanische Vorschubkraft (142) genügt.

$$p_m + F \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dW_m}{dt} + F \cdot \frac{dx}{dt} = \vec{i}_{ABC}^T \cdot \frac{d\vec{\Psi}_{ABC}}{dt} \quad (140)$$

$$\vec{\Psi}_{ABC} = \left( \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_A} \quad \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_B} \quad \frac{\partial W_{cm}}{\partial i_C} \right)^T \quad (141)$$

$$F = \frac{\partial W_{cm}}{\partial x} \quad (142)$$

### A4 Diskretisierung des elektromagnetischen Zustandsmodells mit den Wicklungsströmen als Zustandsvariablen

Vernachlässigt man in Gleichung (24), dass der ohmsche Wicklungswiderstand i. Allg. betriebspunktabhängig von der Temperatur und so möglicherweise unsymmetrisch ist, so ergibt sich (67).

$$\vec{u}_{dq} = R_l \cdot \vec{i}_{dq} + \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \cdot \frac{d\vec{i}_{dq}}{dt} + \left( \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial x} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \vec{\Psi}_{dq} \right) \cdot \frac{dx}{dt} \quad (67)$$

Wird der i. Allg. positionsabhängige verkettete Fluss durch seine Taylorreihe im Arbeitspunkt dargestellt und diese, entsprechend (68), nach den linearen Gliedern abgebrochen, so lässt sich

$$\begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \Psi_d \\ \Psi_q \end{pmatrix} \Big|_{AP} + \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \left( \vec{i}_{dq} - \vec{i}_{dq} \Big|_{AP} \right) + \frac{\partial \vec{\Psi}_{dq}}{\partial x} \Big|_{AP} \cdot (x - x \Big|_{AP}) \quad (68)$$

Gleichung (67) damit im Arbeitspunkt  $\vec{i}_{dq|AP}, x_{AP}$  linearisieren (69). Da sich die Ge-

schwindigkeit  $v$  gegenüber den elektrischen Zustandsgrößen nur sehr langsam verändert, lässt sie sich hinsichtlich einer Linearisierung der Strecke als konstant annehmen, muss allerdings immer nachgeführt werden. Selbst bei maximaler Geschwindigkeit verändert sich im Abtastintervall  $T_A$  die Position des Läufers nur unwesentlich. Bei Nachführung der Position im Modell für jeden Abtastschritt lässt sich daher der letzte Summand aus (68) vernachlässigen.

$$\begin{aligned} \bar{u}_{dq} = & \underbrace{\left[ R_1 \cdot \underline{\underline{I}} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \frac{\pi \cdot v}{\tau_p} \right]}_{\underline{\underline{F}}} \cdot \bar{i}_{dq} + \underbrace{\left[ \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \frac{d\bar{i}_{dq}}{dt} + \dots \right]}_{\underline{\underline{G}}^{-1}} \\ & \dots + v \cdot \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left( \bar{\Psi}_{dq} \Big|_{AP} - \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \bar{i}_{dq, AP} \right) + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} \Big|_{AP} \right] \end{aligned} \quad (69)$$

In Zustandsdarstellung ergibt sich das im Arbeitspunkt linearisierte zeitkontinuierliche Zustandsmodell (143):

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{i}_{dq}}{dt} = & - \underbrace{\left[ \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right]}_{\underline{\underline{G}}}^{-1} \cdot \left[ R_1 \cdot \underline{\underline{I}} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \frac{\pi \cdot v}{\tau_p} \right] \cdot \bar{i}_{dq} + \dots \\ & \dots \left[ \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right]^{-1} \cdot \left[ \bar{u}_{dq} - v \cdot \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left( \bar{\Psi}_{dq} \Big|_{AP} - \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \bar{i}_{dq, AP} \right) + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} \Big|_{AP} \right] \right] \end{aligned} \quad (143)$$

Nach Diskretisierung entsprechend [31] ergibt sich die zeitdiskrete Zustandsdarstellung (70) im Arbeitspunkt.

$$\begin{aligned} \bar{i}_{dq}[k+1] = & \underline{\underline{A}} \cdot \bar{i}_{dq}[k] + \dots \\ & + \underline{\underline{B}} \cdot \left( \bar{u}_{dq}[k] - v \cdot \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \left( \bar{\Psi}_{dq} \Big|_{AP} - \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \bar{i}_{dq, AP} \right) + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} \Big|_{AP} \right] \right) \end{aligned} \quad (70a)$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{R}} = \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{F}} ; \underline{\underline{B}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{G}} \quad (70b)$$

$$\underline{\underline{R}} = T_A \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\underline{\underline{F}}^m \cdot T_A^m}{(m+1)!} \stackrel{m \leq 1}{\approx} T_A \cdot \left[ \underline{\underline{I}} - \underbrace{\left[ \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right]^{-1} \cdot \left[ R_1 \cdot \underline{\underline{I}} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot \frac{\pi \cdot v}{\tau_p} \right]}_{\underline{\underline{F}}} \cdot \frac{T_A}{2} \right] \quad (70c)$$

Die mittlere Geschwindigkeit  $v$  im Betrachtungsintervall  $[k; k+1]$  kann mit guter Näherung durch den Wert  $v[k]$  zu Beginn des Stellintervalls ersetzt werden.



Wird der Arbeitspunkt mit dem Anfangswert des Betrachtungszeitraums gleichgesetzt  $\vec{i}_{dqAP} = \vec{i}_{dq}[k]$  und so immer dem aktuellen Betriebszustand nachgeführt, so lässt sich die Zustandsdarstellung umschreiben zu:

$$\vec{i}_{dq}[k+1] = \left( \underbrace{\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{F}}}_{\underline{\underline{A}}} + \underbrace{\underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{G}}}_{\underline{\underline{B}}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \vec{i}_{dq}} \Big|_{AP}}_{-(\underline{\underline{G}}^{-1} \cdot \underline{\underline{F}}) - \underline{\underline{R}}_1 \cdot \underline{\underline{I}}} \cdot \frac{\pi \cdot v}{\tau_p} \right) \cdot \vec{i}_{dq}[k] + \dots$$

$$\dots + \underbrace{\underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{G}}}_{\underline{\underline{B}}} \cdot \left( \vec{u}_{dq}[k] - v \cdot \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\bar{\Psi}_{dq} \Big|_{AP}}_{\bar{\Psi}_{dq}[k]} + \underbrace{\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x} \Big|_{AP}}_{\frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k]} \right) \quad (144)$$

Die Zustandsdarstellung lässt sich dann abschließend mit den Abkürzungen für die Zustandsmatrizen des zeitdiskreten Systems  $\underline{\underline{A}}_i$  und  $\underline{\underline{B}}_i$  folgendermaßen angeben

$$\vec{i}_{dq}[k+1] = \underline{\underline{A}}_i \cdot \vec{i}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \vec{u}_{dq}[k] - \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k] \right] \cdot v[k] \right); \quad (71)$$

$$\underline{\underline{A}}_i = \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{B}}(\vec{i}_{dq}[k], x[k], v[k]) \cdot \underline{\underline{R}}_1$$

$$\underline{\underline{B}}_i = \underline{\underline{B}}(\vec{i}_{dq}[k], x[k], v[k])$$

## A5 Diskretisierung des elektromagnetischen Zustandsmodells mit den verketteten Flüssen als Zustandsvariablen

(30) gibt die zeitkontinuierliche Zustandsgleichung mit den Flussverkettungen als Zustandsgrößen an. Sie soll aus Gründen der Übersichtlichkeit hier wiederholt werden

$$\frac{d\bar{\Psi}_{dq}}{dt} = \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \frac{dx}{dt} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq} + \vec{u}_{dq} - \underline{\underline{R}}_{dq} \cdot \vec{i}_{dq} \quad (30)$$

Wird der i. Allg. positions- und stromabhängige verkettete Fluss wie im letzten Abschnitt durch seine Taylorreihe im Arbeitspunkt dargestellt, wobei die Positionsabhängigkeit aufgrund geringer Abweichungen vom Arbeitspunkt vernachlässigt sei, so ergibt sich für den Strom in Abhängigkeit vom Fluss und vom magnetischen Arbeitspunkt (145):

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_{dq} &\approx \bar{\Psi}_{dq}|_{AP} + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \cdot (\bar{i}_{dq} - \bar{i}_{dq}|_{AP}) \\ &\quad \Updownarrow \\ \bar{i}_{dq} &\approx \bar{i}_{dq}|_{AP} + \left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right)^{-1} \cdot (\bar{\Psi}_{dq} - \bar{\Psi}_{dq}|_{AP})\end{aligned}\quad (145)$$

Wird dieser Zusammenhang für den Strom in die Gleichung für den ohmschen Spannungsfall eingesetzt, so resultiert aus (30) die folgende Gleichung:

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{\Psi}_{dq}}{dt} &= - \underbrace{\left[ R_1 \cdot \left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right)^{-1} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \mathbf{v} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]}_{\underline{\underline{F}}} \cdot \bar{\Psi}_{dq} + \dots \\ &\quad \dots + \bar{u}_{dq} - R_1 \cdot \bar{i}_{dq}|_{AP} + R_1 \cdot \underbrace{\left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right)^{-1}}_{-\underline{\underline{F}} - \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \mathbf{v} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} \cdot \bar{\Psi}_{dq}|_{AP}\end{aligned}\quad (146)$$

Die Diskretisierung liefert (147):

$$\bar{\Psi}_{dq}[k+1] = \underline{\underline{A}} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}} \cdot \left( \bar{u}_{dq}[k] - R_1 \cdot \left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right)^{-1} \cdot \bar{\Psi}_{dq}|_{AP} - R_1 \cdot \bar{i}_{dq}|_{AP} \right) \quad (147a)$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{R}} = \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{F}}; \quad \underline{\underline{B}} = \underline{\underline{R}} \quad (147b)$$

$$\underline{\underline{R}} = T_A \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\underline{\underline{F}}^m \cdot T_A^m}{(m+1)!} \approx T_A \cdot \left\{ \underline{\underline{I}} - \underbrace{\left[ R_1 \cdot \left( \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial \bar{i}_{dq}} \Big|_{AP} \right)^{-1} + \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \mathbf{v} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right]}_{\underline{\underline{F}}} \cdot \frac{T_A}{2} \right\} \quad (147c)$$

Wird der magnetische Arbeitspunkt immer mit dem aktuellen Systemzustand gleichgesetzt (148), so ergibt sich die gewünschte Darstellung (84), aus der man die Systemmatrizen  $\underline{\underline{A}}_{\Psi}$  und  $\underline{\underline{B}}_{\Psi}$  ablesen kann.

$$\bar{\Psi}_{dq}[k] = \bar{\Psi}_{dq}|_{AP} \Leftrightarrow \bar{i}_{dq}[k] = \bar{i}_{dq}|_{AP} \quad (148)$$

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_{dq}[k+1] &= \left[ \underbrace{\underline{\underline{I}} + \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{F}}}_{\underline{\underline{A}}} - \underline{\underline{R}} \cdot \left( \underline{\underline{F}} + \frac{\pi \cdot \mathbf{v}}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) \right] \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \underline{\underline{R}} \cdot (\bar{u}_{dq}[k] - R_1 \cdot \bar{i}_{dq}[k]) \\ &= \underline{\underline{A}}_{\Psi} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}}_{\Psi} \cdot (\bar{u}_{dq}[k] - R_1 \cdot \bar{i}_{dq}[k])\end{aligned}\quad (84a)$$

## A6 Berechnung der Sollspannung während der Spannungsbegrenzung

Bei Überschreitung der WR Spannungsgrenze muss der Sollspannungsvektor geeignet modifiziert werden. Hier wird die Spannung so begrenzt, dass die ursprüngliche Richtung der Stromänderung trotz Spannungsbegrenzung erhalten bleibt. Mit dem zukünftigen Strom entsprechend (149) lässt sich die Stromänderung nach (150) angeben.

$$\bar{i}_{dq}[k+1] = \underline{\underline{A}}_i \cdot \bar{i}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \bar{u}_{dq}[k] - \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k] \right] \cdot v[k] \right) \quad (149)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{i}_{dq} &= \bar{i}_{dq}[k+1] - \bar{i}_{dq}[k] = \\ & \underline{\underline{A}}_i \cdot \bar{i}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \bar{u}_{dq,unlim}[k] - \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k] \right] \cdot v[k] \right) - \bar{i}_{dq}[k] = \\ & \left( \underline{\underline{A}}_i - \underline{\underline{I}} \right) \cdot \bar{i}_{dq}[k] + \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \bar{u}_{dq,unlim}[k] - \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k] \right] \cdot v[k] \right) = \\ & \underline{\underline{B}}_i \cdot \left( \overbrace{\bar{u}_{dq,unlim}[k] - \left[ \frac{\pi}{\tau_p} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{\Psi}_{dq}[k] + \frac{\partial \bar{\Psi}_{dq}}{\partial x}[k] \right] \cdot v[k]}^{\Delta \bar{u}_{dq,m}} + \underline{\underline{B}}_i^{-1} \cdot \left( \underline{\underline{A}}_i - \underline{\underline{I}} \right) \cdot \bar{i}_{dq}[k] \right) \underbrace{\hspace{10em}}_{\bar{u}_{dq,g}[k]} \end{aligned} \quad (150)$$

Darin ist  $\bar{u}_{dq,g}[k]$  die Gegenspannung, die erforderlich ist um den aktuellen Zustand aufrecht zu erhalten; sie setzt sich aus dem ohmschen und bewegungsinduzierten Spannungsfall zusammen.  $\Delta \bar{u}_{dq,m}$  ist die Spannung, die erforderlich ist, um den Strom in die gewünschte Richtung  $\Delta \bar{i}_{dq}$  zu ändern. Die Richtung dieses Spannungsvektors legt die Richtung der Stromänderung fest. Die Spannungsgrenze des Wechselrichter wird durch die diskreten WR Spannungsvektoren als Sechseck aufgespannt (vgl. Abb. 90), es ergeben sich 6 gleichseitige Dreiecke (1-6) als Sektoren des Sechsecks. Exemplarisch soll dargestellt werden wie sich die Spannung

$\bar{u}_{dq,lim}^{(\alpha\beta)} = \left( \bar{u}_{dq,lim}^{(\alpha)} \quad \bar{u}_{dq,lim}^{(\beta)} \right)^T$  bestimmen lässt, wenn die Spitze dieses Spannungsvektors auf der Spannungsgrenze des Sektors 1 liegt. Hinsichtlich der Richtungstreue der Stromänderungen vor und nach der Begrenzung ist (151) bzw. (152) zu erfüllen.

$$k_1 = \frac{\Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\beta)}}{\Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\alpha)}} = \frac{\bar{u}_{dq,lim}^{(\beta)} - \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)}}{\bar{u}_{dq,lim}^{(\alpha)} - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)}} \quad \left| \Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\beta)} \right| \leq \left| \Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\alpha)} \right| \quad (151)$$

$$k_2 = \frac{\Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\alpha)}}{\Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\beta)}} = \frac{\bar{u}_{dq,lim}^{(\alpha)} - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)}}{\bar{u}_{dq,lim}^{(\beta)} - \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)}} \quad \left| \Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\beta)} \right| \geq \left| \Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\alpha)} \right| \quad (152)$$

Die Spannungsgrenze des Sektors 1 ist definiert als (153).

$$u_\alpha + \frac{u_\beta}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot U_d}{3} \quad (153)$$

Wendet man darauf den Spannungsvektor  $\bar{u}_{dq,\text{lim}}^{(\alpha\beta)}$  an und setzt die Gleichung in (151) bzw. (152) ein, so ergibt sich die folgende Lösung:

$$\bar{u}_{dq,\text{lim}}^{(\alpha\beta)} = \frac{1}{\sqrt{3+k_1}} \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} U_d + k_1 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} - \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \\ \sqrt{3} k_1 \left( \frac{2}{3} U_d - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) + \sqrt{3} \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad (154)$$

$$\bar{u}_{dq,\text{lim}}^{(\alpha\beta)} = \frac{1}{\sqrt{3k_2+1}} \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} k_2 U_d + \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} - k_2 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \\ \sqrt{3} \left( \frac{2}{3} U_d - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) + \sqrt{3} k_2 \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \end{pmatrix}$$

Die Ergebnisse für die übrigen Sektoren sind in Tabelle 6 zusammengefasst.

Tabelle 6: Lösungen der begrenzten Spannung  $\bar{u}_{dq,\text{lim}}^{(\alpha\beta)} = \begin{pmatrix} \bar{u}_{dq,\text{lim}}^{(\alpha)} & \bar{u}_{dq,\text{lim}}^{(\beta)} \end{pmatrix}^T$  in Sektor 1 bis 6

Sektor	$ \Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\beta)}  \leq  \Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\alpha)} $	$ \Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\beta)}  \geq  \Delta \bar{u}_{dq,m}^{(\alpha)} $
1	$\frac{1}{\sqrt{3+k_1}} \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} U_d + k_1 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} - \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \\ \sqrt{3} k_1 \left( \frac{2}{3} U_d - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) + \sqrt{3} \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{3k_2+1}} \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} k_2 U_d + \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} - k_2 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \\ \sqrt{3} \left( \frac{2}{3} U_d - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) + \sqrt{3} k_2 \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \end{pmatrix}$
2	$\frac{1}{k_1} \begin{pmatrix} \frac{U_d}{\sqrt{3}} - \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} + k_1 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \\ \frac{k_1}{\sqrt{3}} U_d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} k_2 \cdot \left( \frac{U_d}{\sqrt{3}} - \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \right) + \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \\ \frac{U_d}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$
3	$\frac{1}{\sqrt{3-k_1}} \begin{pmatrix} \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} - \frac{2}{\sqrt{3}} U_d - k_1 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \\ \sqrt{3} \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} - \sqrt{3} k_1 \left( \frac{2}{3} U_d + \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{3k_2-1}} \begin{pmatrix} k_2 \cdot \left( \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} - \frac{2}{\sqrt{3}} U_d \right) - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \\ \sqrt{3} k_2 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} - \sqrt{3} \left( \frac{2}{3} U_d + \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) \end{pmatrix}$
4	$\frac{1}{\sqrt{3+k_1}} \begin{pmatrix} k_1 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} - \frac{2}{\sqrt{3}} U_d - \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \\ \sqrt{3} \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} - \sqrt{3} k_1 \left( \frac{2}{3} U_d + \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{3k_2+1}} \begin{pmatrix} \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} - k_2 \cdot \left( \frac{2}{\sqrt{3}} U_d + \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \right) \\ \sqrt{3} k_2 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} - \sqrt{3} \left( \frac{2}{3} U_d + \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) \end{pmatrix}$
5	$\frac{1}{k_1} \begin{pmatrix} k_1 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} - \frac{U_d}{\sqrt{3}} - \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \\ -\frac{k_1}{\sqrt{3}} U_d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} - k_2 \cdot \left( \frac{U_d}{\sqrt{3}} + \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \right) \\ -\frac{U_d}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$
6	$\frac{1}{\sqrt{3-k_1}} \begin{pmatrix} \frac{2}{\sqrt{3}} U_d - k_1 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} + \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \\ \sqrt{3} k_1 \left( \frac{2}{3} U_d - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) + \sqrt{3} \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \end{pmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{3k_2-1}} \begin{pmatrix} k_2 \cdot \left( \frac{2}{\sqrt{3}} U_d + \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \right) - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \\ \sqrt{3} \left( \frac{2}{3} U_d - \bar{u}_{dq,g}^{(\alpha)} \right) + \sqrt{3} k_2 \cdot \bar{u}_{dq,g}^{(\beta)} \end{pmatrix}$

Da der Spannungsvektor  $\vec{u}_{dq,lim}^{(\alpha\beta)}$  nicht zwangsläufig im Sektor des Spannungsvektors  $\vec{u}_{dq,unlim}^{(\alpha\beta)}$  liegt, sondern auch in einem der benachbarten Sektoren liegen kann, muss vorab der für die Berechnung der begrenzten Spannung maßgebende Sektor ermittelt werden. Anhand Abb. 90 soll das Vorgehen skizziert werden: Um die Spitze des Span-

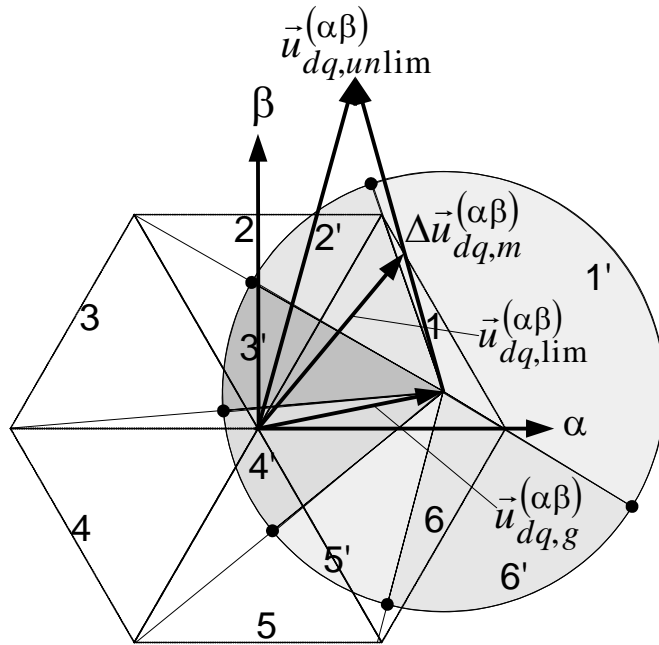


Abb. 90: Bestimmung des für die Berechnung des Begrenzungsspannungsvektors maßgebenden Sektors

nungsvektors  $\vec{u}_{dq,g}^{(\alpha\beta)}$  werde ein Kreis geschlagen. Anschließend werden radiale Halbgeraden so bestimmt, dass jeweils eine Spitze der 6 diskreten Spannungsvektoren des WR auf den Halbgeraden liegen. Diese Halbgeraden teilen den Kreis in die Sektoren 1'-6' ein. Der gesuchte Spannungsvektor  $\vec{u}_{dq,lim}^{(\alpha\beta)}$  liegt in dem Sechsecksektor (hier 1), der mit dem Kreissektor (hier 1') korrespondiert, indem der Vektor  $\Delta\vec{u}_{dq,m}^{(\alpha\beta)}$  liegt. Vom Sechsecksektor  $s$  ausgehend, in dem  $\vec{u}_{dq,unlim}^{(\alpha\beta)}$  liegt, muss daher über-

prüft werden, ob der Vektor  $\Delta\vec{u}_{dq,m}^{(\alpha\beta)}$  im Kreissektor  $s'$  oder  $s' \pm 1$  liegt. Im einfachsten Fall lassen sich die zwei notwendigen Winkelvergleiche durch Bestimmung der Vorzeichen der Vektorprodukte aus  $\Delta\vec{u}_{dq,m}^{(\alpha\beta)}$  und den Richtungsvektoren der betreffenden radialen Halbgeraden vornehmen.

## Literaturverzeichnis

- [1] Pritschow G.; Linearmotoren – Kugelgewindeservoantriebe im Vergleich; Lageregelseminar "Fortschritte in der Regelungs- und Antriebstechnik"; 13./14. November 1998, Selbstverlag der FISW GmbH, Stuttgart.
- [2] Philipp W.; Regelung mechanisch steifer Direktantriebe für Werkzeugmaschinen; Springer-Verlag Berlin, Heidelberg;1992; ISBN 3-540-55434-3
- [3] Pritschow G., Fahrbach Ch.; Direktantriebe für Werkzeugmaschinen zur Hochgeschwindigkeitsbearbeitung; WT-Produktion und Management 85; Springer-Verlag; 1995
- [4] Weck M., Krüger P., Brecher C.; Grenzen für die Reglereinstellung bei elektrischen Lineardirektantrieben; Antriebstechnik 38, Nr.2; 1999; S.55ff.
- [5] Fahrbach Ch., Gringel M.; Linearantriebe für Vorschubachsen haben eine hohe Leistungsfähigkeit; Maschinenmarkt Würzburg 101;1995; Heft 44; S.42ff;
- [6] Heinemann G., Papiernik W.; Direct Linear Servo Drives for Machine Tool Applications; PCIM Proceedings: Intelligent Motion 6/1997
- [7] Gröning I.; Kraftdichtesteigerung durch spezielle Wicklungsausführungen; Tagungsband SPS/IPC/ DRIVES 2002; Hüthig 2002; ISBN 3-7785-2863-7
- [8] Lauzi M.; Lineardirektantriebe als innovative Komponente für den Sondermaschinenbau – ein Überblick zu verfügbaren Bauvarianten; atp 44, Heft 5; 2002; S.30ff;
- [9] Budig P.-K.; Direct Drives with Revolving and Linear Motors-State of the Art and Future Tendencies; EPE Proceedings; Toulouse, 2003
- [10] Henning U., Kamp P., Hochleitner J.; Langstator- Synchronmotorantrieb des TRANSRAPID; eb-Elektrische Bahnen 93; 1995 Heft 7; S.230-235
- [11] Mutschler P., Weigel J., Lamsahel H., Candors W.-R., Mosebach H., Shi Z.; Neue Funktionalitäten von Linearantrieben; Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V.; Forschungsheft 692; 2003
- [12] Hut E.,Candors W.-R., Mosebach H.; Linear Motor Transfer Technology (LMTT) for Container Terminals, LDIA'98; Tokyo
- [13] Candors W.-R., Laube F., Mosebach H.; PM Excited Polyphase Synchronous Machines with Single-Phase Segments Featuring Simple Tooth Coils; ICEM 2002, Int. Conference on Electrical Machines August 2002, Bruges, Belgium
- [14] Brahms U.; Regelung von Lineardirektantrieben für Werkzeugmaschinen; VDI Fortschrittberichte Nr. 735; VDI Verlag; Düsseldorf; 1998
- [15] Binder A.; Elektrische Maschinen I oder II; Skript zur gleichnamigen Vorlesung; TU Darmstadt
- [16] Studer C., Keyhani A., Sebastian T., Murthy S.K.; Study Of Jogging Torque in Permanent Magnet Machines; IEEE Proceedings IAS 1997; New Orleans
- [17] Bodika N., Cruise R., Jeans C., Landy C. ; Methods of Detent Force Reduction in Linear Synchronous Motors; International Conference on Electric Machines and Drives, IEMD '99; May 1999 pp.437-439
- [18] Papiernik W.; Struktur, Entwurf und Verhalten moderner CNC-Servoantriebe; SPS/IPC/Drives-Tagungsband, S.397-417, VDE Verlag, Sindelfingen 1996

- 
- [19] Brückl S.; Regelung von Synchron-Linearmotoren für hochgenaue Vorschubantriebe bei Werkzeugmaschinen; VDI Fortschrittberichte Nr. 831; VDI Verlag; Düsseldorf; 2000
  - [20] Fassnacht J.; Schwingungsbedämpfung in Servosystemen mit der direkten Drehmomentmittelwertregelung; Dissertation TU Darmstadt ; 2002
  - [21] Löbe W.; Digitale Drehzahl- und Lageregelung eines Synchron-Servoantriebs mit selbsteinstellender Zustandsregelung; etz-Archiv Band 11 Nr.4; 1989
  - [22] Weck M., Krüger P., Brecher C., Remy F.; Statische und dynamische Laststeifigkeit von linearen Direktantrieben; Antriebstechnik 36; 1997; Nr. 12; S.57-63
  - [23] Depenbrock M.; Direkte Selbstregelung (DSR) für hochdynamisch Drehfeldantriebe mit Stromrichterspeisung; etz Archiv Band 7; 1985
  - [24] Takahashi I., Noguchi T.; A new quick-response and high efficiency control strategy of an induction motor; IEEE Transactions on Industrial Applications; Vol. IA-22, No.5; pp.820-827; 1986
  - [25] Zhong L., Rahman M.F.; Analysis of Direct Torque Control in Permanent Magnet Synchronous Motor Drives; IEEE Transactions on Power Electronics; Vol.12 No.3; May 1997
  - [26] Flach E.; Direkte Regelung des Drehmomentmittelwertes einer Induktionsmaschine; Dissertation TU Darmstadt; 1999
  - [27] Mutschler, P.; Flach, E.: Digital Implementation of Predictive Direct Control Algorithms for Induction Motors, IEEE-IAS Industry Application Society Annual Meeting 1998, St. Louis, Vol. 1, Seite 444 - 451
  - [28] Fassnacht J., Mutschler P.; Direct Mean Torque Control with improved flux control; EPE 2003 Toulouse; 2003
  - [29] Brunotte Ch.; Regelung und Identifizierung von Linearmotoren für Werkzeugmaschinen; Dissertation Braunschweig; 2001
  - [30] Quang N.-P.; Mehrgrößenregler löst PI-Regler ab; Elektronik Heft 8; 1996; S.112-120
  - [31] Ackermann J.; Abtastregelung; 3. Auflage; Springer-Verlag; Berlin Heidelberg New York; 1988; ISBN 3-540-50112-6
  - [32] Quang N.-P.; Eine Stromvektorregelung mit endlicher Einstellzeit für dynamische Drehstromantriebe ; Archiv für Elektrotechnik; (76) 1993; S. 377-385
  - [33] Weigel J., Mutschler P.; Modelling and Control of a Permanent Magnet Linear Synchronous Motor featuring Unbalance and Saturation including Cross-Saturation; Power Electronics Specialists Conference PESC'04; Aachen 2004
  - [34] Ottersten R.; Vector Current Controlled Voltage Source Converter-Deadbeat Control and Saturation Strategies; IEEE Transactions on Power Electronics; Vol.17, No.2; March 2002
  - [35] Kraus J.-O., Holtz J.; High-Performance Current Regulation and Efficient PWM Implementation for Low-Inductance Servo Motors; IEEE Transactions on Industrial Applications; Vol.35, No.5; September/October 1999
  - [36] Kazmierkowski M.P., Malesani L.; Special Section on PWM Converter Current Control; IEEE Transactions on industrial Electronics, Vol.45 No.5; October 1998; pp.689-703

- [37] Springob L., Holtz J.; High-Bandwidth Current Control for Torque-Ripple Compensation in PM Synchronous Machines; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.45 No.5; October 1998; pp.713-721
- [38] Weigel, J., Mutschler, P., "Acquisition of a permanent magnet linear synchronous motor's electrical parameters and dead beat current control considering saturation" IEEE Electric Machines and Drives Conference, IEMDC'03., Vol.2 , June 2003 , pp. 791 -797
- [39] Wehner H.-J., Wolf R.; Elektrische Linearantriebe mit großen Luftspalttoleranzen für die weitläufige Bewegung großer Lasten; Tagungsband SPS/IPC/DRIVES 1999; Hüthig Verlag, Heidelberg, 1999; S.765-774
- [40] Diede J., Spyra J.; Technik und Einsatz von Linearmotoren; Antriebstechnik (35), 1996, Nr.6; S.38-42
- [41] Budig P.-K.; Drehstromlinearmotoren; Dr. Alfred Hüthig Verlag, Heidelberg, Basel; 1978; ISBN 3-7785-0512-2
- [42] Sung J.-H., Nam K.; A New Approach to Vector Control for a Linear Induction Motor Considering End Effects; IEEE Industry Applications Conference IAS'99; October 1999; Vol.4, pp.2284-2289
- [43] Winkler S.; Linearmotoren in der Laserbearbeitung; A&D Newsletter, März/April 2001; S.19-20
- [44] Zirn O., Rehsteiner F.; Entwurf und Optimierung schneller Direktantriebe und Kugelgewindetriebe mit Hilfe der nichtlinearen Stabilitätsanalyse; Tagungsband SPS/TPC Drives Sindelfingen '96; VDE-Verlag 1996; S.429-437
- [45] Gutmann M.; Linearmotoren mit integrierter Wasserkühlung; Antriebstechnik 38; 1999; Nr.11; S.72-75
- [46] Boldea I.; Linear Electromagnetic Actuators and Their Control: a review; EPE-PEMC 2002; 2002;
- [47] Laible Th.; Die Theorie der Synchronmaschine im nichtstationären Bereich; Springer-Verlag; Berlin/Göttingen/Heidelberg; 1952
- [48] Qu R., Lipo T.; General Closed-form Analytical Expression of Air-gap Inductances for Surface-mounted Permanent Magnet and Induction Machines; IEMDC 2003
- [49] Lipo T.A. ; Introduction to AC Machine Design; Vol.1; Wisconsin Power Electronics Research Center; University of Wisconsin; 1996
- [50] ANSYS 7.1 Documentation, ANSYS Inc. Theory Reference;
- [51] Nehl T.W., Fouad F.A., Demerdash N.A.; Determination of Saturated Values of Rotating Machinery Incremental and Apparent Inductances by Energy Perturbation Method; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-101, S.4441ff.
- [52] Kovács K. P., Rácz I.; Transiente Vorgänge In Wechselstrommaschinen; Band I; Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften; Budapest; 1959
- [53] Gieras J.-F.; Analytical Approach to Cogging Torque Calculation in Brushless Motors; IEMDC'03; 2003; S. 815-819
- [54] Schröder D.; Elektrische Antriebe 2; Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York; 1995



- [55] Mutschler P.; Control of Drives; Vorlesungsskript zur gleichnamigen Vorlesung; TU Darmstadt 2003
- [56] Llor A.M., Retif J.M., Lin-Shi X., Arnalte S., Allard B.; Novel Fixed Frequency Direct Torque Control Technique For A Permanent Magnet Synchronous Machine; EPE 2003, Toulouse
- [57] Tang L., Rahman M.F.; A Novel Proportional Integral Stator Resistance Estimator for a Direct Torque Controlled Interior Permanent Magnet Synchronous Machine Drive; IEEE International Electric Machines and Drives Conference IEMDC 2003; Conference Proceedings vol.1, pp. 382-388
- [58] Zolghadri M.R., Diallo D., Roye D.; Direct Torque Control for Synchronous Machine; EPE 1997; Toulouse; Volume3 ; S.694ff.
- [59] Richter R.; Elektrische Maschinen; Band I; Verlag Birkhäuser Basel; 1951
- [60] Polinder H., Sloopweg J.G., Compter J.C., Hoeijmakers; Modelling A Linear PM Motor Including Magnetic Saturation; Power Electronics, Machines and Drives; IEE Conference Publication No. 487; April/2002; pp.632-637
- [61] Polinder H., Sloopweg J.G., Compter J.C., Hoeijmakers; Modelling A Linear PM Motor Including Magnetic Saturation and End Effect; IEMDC'03; 2003; pp.805-637
- [62] Gyimesi M., Ostergaard D.; Inductance Computation by Incremental Finite Element Analysis; IEEE Transactions on Magnetics, Vol.35, No.3; Mai 1999
- [63] Vas P.; Parameter Estimation, Condition Monitoring, and Diagnosis of Electrical Machines; Clarendon Press Oxford; 1993; ISBN 0-19-859375-9
- [64] Björck Å., Dahlquist G.; Numerische Methoden; Oldenbourg München; 2.Auflage;1979
- [65] Jack A.G., Vas P., Brown J.E.; A Finite Element Study Of The Phenomenon Of Cross-Magnetization; ICEM; Munich, Vol.2;1986; pp.462-465
- [66] Boldea I., Nasar S.A.; A General Equivalent Circuit (GEC) Of Electric Machines Including Crosscoupling Saturation And Frequency Effects; IEEE Transactions On Energy Conversion, Vol.3, No.3; pp.689-695 September 1988.
- [67] Iglesias I., Garcia-Tabares L., Tamarit J.; A D-Q Model For The Self-Commutated Synchronous Machine Considering The Effects Of Magnetic Saturation; IEEE Transactions On Energy Conversion, Vol.7, No.4; pp.768-776; December 1992
- [68] Oberretl K.; Linearmotor mit gedehnter oder kompakter Zweischichtwicklung; Archiv für Elektrotechnik; 1974; S.55-58
- [69] Murai Y., Watanabe T., Iwasaki H.; Waveform Distortion and Correction Circuit for PWM Inverters with Switching Lag-Times; IEEE Transactions on Industry Applications; Vol. IA-23, No.5; sept./oct. 1987
- [70] Choi J.W., Sul S.-K.; Inverter Output Voltage Synthesis Using Novel Deadtime Compensation; IEEE Transactions on Power Electronics; Vol.11, No.2; March 1996
- [71] Pan H.; Ermittlung der Rotorposition und des Feldwinkels durch indirekte Messung der Streuinduktivität zum Zweck der drehgeberlosen feldorientierten Regelung von Asynchronmaschinen; Dissertation Wuppertal; VDI Fortschrittsberichte Nr.315/Reihe 21; VDI-Verlag; Düsseldorf 2001

- [72] Stumberger B., Stumberger G., Dolina D., Hamler A., Trlep M.; Evaluation of Saturation and Cross-Magnetization Effects in Interior Permanent Magnet Synchronous Motor; IEEE Industry Applications Conference 2001, 36. IAS Annual Meeting; Conference Record, vol.4, pp.2557-2562
- [73] Leggate D., Pankau J., Schlegel D.W., Kerkman R.J., Skibinski G.L.; Reflected Waves and Their Associated Current; IEEE Transactions on Industry Applications; Vol.35, No.6; Nov./Dec. 1999
- [74] Kilthau A., Pacas J.M.; Parameter-Measurement And Control Of The Synchronous Reluctance Machine Including Cross-Saturation; IEEE Industry Applications Conference 2001, 36. IAS Annual Meeting; Conference Record, vol.4, pp.2302-2309
- [75] Matlab® Benutzerhandbuch: Matlab – The Language of Technical Computing, Version 6 Release 13; Mathworks; 2002
- [76] Brass M.A., Mecrow B.C.; The Role of Damper Circuits in Field Oriented Synchronous Drives; Sixth International Conference on Electrical Machines and Drives; 1993; Conf. Publ. No.376; Sep 1993; pp:115-120
- [77] Schroedl M.; Sensorless Control of AC Machines At Low Speed And Standstill Based On The “INFORM” Method; Industry Applications Conference, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., Conference Record of the 1996 IEEE , Volume: 1 , 1996; Page(s): 270 -277 vol.1
- [78] Wunderlin S.; Sensorlose Regelung mit hochdynamischer adaptiver Stromregelung; Diplomarbeit Nr.1303; Institut für Stromrichtertechnik, TU Darmstadt; Januar 2003
- [79] Anschütz W.; PECSIM-Power Electronics Circuit Simulation; Version F02; Institut für Stromrichtertechnik, TU Darmstadt
- [80] Alahakoon S. et al; New Cascaded Controller Structure for Variable Speed Permanent Magnet Synchronous Motor Drives; Tagungsband 2001 Drives and Controls/Power Electronics Conference; 2001; S.61ff.
- [81] Wurmthaler Ch., Hippe P.; Verbesserung des Stör- und Führungsverhaltens bei stabilen und instabilen Regelstrecken mit Stellbegrenzung; Automatisierungstechnik 42; 1994; Nr.7; S.299-307
- [82] Imecs M., Birou I., Szabo C.; Control Strategies For Synchronous Motors With Permanent Magnet Or Constant Exciting Current; Proceedings PCIM'99 Nürnberg; 1999; S.339-344
- [83] Rahman M.F., Zhong L., Wee Kim K.; A Direct Torque-Controlled Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drive Incorporating Field Weakening; IEEE Transactions on Industry Applications; Vol.34, No.6; November/December 1998
- [84] Zolghadri M.R., Diallo D., Roye D.; Direct Torque Control System for Synchronous Machine; Proceedings EPE'97, Trondheim; 1997, Vol. 3; S.694-699
- [85] Moerschell J., Tursini M.; A New Vector Control Scheme For Inverter-Fed Permanent Magnet Synchronous Motor Using DSP; Proceedings EPE'91, Florenz; 1991; Vol.4; S. 683-688

- 
- [86] Alaküla M.; On the Control of Saturated Synchronous Machines; Power Electronics and Variable-Speed Drives Conference Publication; 26-28. October 1994; S.386-389
- [87] Steimel A.; Control of the induction machine in traction; Elektrische Bahnen 96; H.12, S.361-369
- [88] Holtz J., Springob L.; Identification and Compensation Of Torque Ripple in High-Precision Permanent Magnet Motor Drives; IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol.43, No.2; 1996; pp.309-320
- [89] Gutmann M.; Linearmotoren mit integrierter Wasserkühlung- Extreme Erhöhung der Einschaltdauer durch patentierte Wärmeableitung; Antriebstechnik 38, Nr.11; 1999; S.72-75
- [90] Grčar B. et al; Pulsating Torque Reduction for Permanent Magnet AC Motors; Proceedings on the Conference on Control Applications; September 2001 Mexico City; 2001; S.288-293
- [91] van der Broeck H., Stanke G., Skudelny H.-Ch.; Analysis and Realization of a Pulse Width Modulator Based on Voltage Space Vectors; IEEE Transactions on Industry Applications Vol.24, No.1, January/February 1988; pp.142-150
- [92] Pahlke D.; Implementierung einer direkten Stromregelung; Studienarbeit 1283; Institut für Stromrichtertechnik und Antriebsregelung, TU Darmstadt; Januar 2001
- [93] Bae B.-H., Sul S.-K.; A Compensation Method for Time Delay of Full Digital Synchronous Frame Current Regulator of PWM AC Drives; IEEE Industry Applications Conference 2001, 36. IAS Annual Meeting; Conference Record, vol.3, pp.1708-1714
- [94] Geitner G.-H.; Entwurf digitaler Regler für elektrische Antriebe; VDE-Verlag; Berlin; 1996
- [95] Walton A.; Characteristics of equivalent circuits of synchronous machines; IEE Proceedings on Electric Power Applications; Vol.143, No.1; January 1996
- [96] Shaffer E.C., Gross C.A.; Methods for Determining Linear Synchronous Machine Parameters; Proceedings of the 26th Southeastern Symposium on System Theory, 1994, 20-22 March 1994; S.411 - 415
- [97] Ackermann J.; Robuste Regelung; Springer-Verlag Berlin Heidelberg; 1993; ISBN 3-540-57244-9
- [98] Isermann R., Lachmann K.-H., Matko D.; Adaptive Control; Prentice Hall; New York, London, Toronto; 1992; ISBN 0-13-005414-3
- [99] Pyrhönen J. et al; A Direct Torque Controlled Synchronous Motor Drive Concept For Dynamically Demanding Applications; 8th EPE Conference 1999; Lausanne
- [100] Pfaff G., Meier Ch.; Regelung Elektrischer Antriebe II, Geregelt Gleichstromantriebe; Oldenbourg Verlag, München; 1988
- [101] Papiernik W.; Architecture and Design of modern CNC/Drive Systems; Proceedings Intelligent Motion'96; May 1996, S.271-280
- [102] Weihrich G.; Drehzahlregelung von Gleichstromantrieben unter verwendung eines Zustands- und Störgrößen-Beobachters; Regelungstechnik 1978, Heft 12; S.392-397

- [103] Löbe W.; Digitale Drehzahl- und Lageregelung eines Synchron-Servoantriebs mit selbsteinstellender zustandsregelung; etz Archiv Bd.11; 1989; Heft 4; S.131-135
- [104] Maletschek J.; Prädizierende Filter für die Servoregelung; Diplomarbeit Nr. 1310; Institut für Stromrichtertechnik und Antriebsregelung, TU Darmstadt; Januar 2004
- [105] Janke C., Berger G., Gens W.; Linear Induction Drive System For High Precision Processing; LDIA'95; 1995; S.291ff.
- [106] Baehr A., Mutschler P.; Comparison of Speed Acquisition Methods based on Sinusoidal Encoder Signals; Optim 2002, Brasov, Romania; conference record pp.497-502
- [107] Wild H.; Regelung an Direktantrieben-Adaptive Regelung und optimierte Geschwindigkeitsermittlung an Direktantrieben; Maschinenbau, Das Schweizer Industrie-Magazin; 1997; Nr.9; S.31-39
- [108] Hesselbach J.; Digitale Lageregelung an numerisch gesteuerten Fertigungseinrichtungen; ISW Bericht 34; Berlin Heidelberg New York; Springer-Verlag 1981
- [109] Tönshoff H.-K., Brahms U.; Verbesserte Regelung für Lineardirektantriebe in Werkzeugmaschinen; Antriebstechnik 37; 1998; Nr.8; S. 47-49
- [110] Fahrbach Ch.; Regelung Hochdynamischer Direktantriebe; Lageregelseminar "Fortschritte in der Regelungs- und Antriebstechnik"; 1996, Selbstverlag der FISW GmbH, Stuttgart.
- [111] Föllinger O.; Regelungstechnik; 8.Auflage Hüthig Verlag; Heidelberg; 1994
- [112] Isermann R.; Digitale Regelsysteme, Band I: Grundlagen Deterministischer Regelungen; Springer-Verlag; Berlin Heidelberg New York 1988; ISBN 3-540-16596-7
- [113] Kreisselmeier G., Steinhauser R.; Systematische Auslegung von Reglern durch Optimierung eines vektoriellen Gütekriteriums; Regelungstechnik; 1979; Nr.3; S.76-79
- [114] Bretschneider J.; Automatisierte Inbetriebnahme Digitaler Antriebe; Lageregelseminar "Fortschritte in der Regelungs- und Antriebstechnik"; 1996, Selbstverlag der FISW GmbH, Stuttgart.
- [115] Pohlheim H.; Evolutionäre Algorithmen: Verfahren, Operatoren und Hinweise für die Praxis; Springer-Verlag; Berlin Heidelberg New York; 2000; ISBN 3-540-66413-0
- [116] Weck M.; Werkzeugmaschinen: Fertigungssysteme Band 4. VDI-Verlag; 1992
- [117] Kosiedowski U.; Prädiktive Vorsteuerverfahren für Servoantriebe an Werkzeugmaschinen; Lageregelseminar "Fortschritte in der Regelungs- und Antriebstechnik"; 1996, Selbstverlag der FISW GmbH, Stuttgart.
- [118] Leonhard W.; Regelung in der elektrischen Antriebstechnik; Teubner Verlag, Stuttgart; 1974; ISBN 3-519-06 102-3
- [119] Leonhard W.; Control of Electrical Drives; Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1996; ISBN 3-540-59380-2
- [120] Faßnacht J.; Der PC als Echtzeit-Regelungsrechner in der Entwicklungsphase neuer Antriebsregelungen; SPS/IPC/Drives Nürnberg, 1999

- 
- [121] Kail M., Staudt V., Steimel A.; PC-based control hardware for a 200kW double three-level converter; 10th International Power Electronics and Motion Control Conference EPE-PEMC 2002; Cavtat-Dubrovnic
- [122] On Time: User's Manual RTTarget-32 Version 2.1, On Time Informatik GmbH, 1998
- [123] Song S.-H., Choi J.-W., Sul S.-K.; Current measurements in digitally controlled AC drives; IEEE Industry Applications Magazine; Vol.6, Nr.4; Juli-Aug. 2000
- [124] Jenni F., Wüst D.; Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter; Teubner Stuttgart; 1995; ISBN 3-519-06176-7
- [125] Rüdberg R.; Elektrische Wanderwellen; 4.Auflage; Springer-Verlag Berlin Göttingen Heidelberg; 1962;
- [126] Chura V.; Wanderwellen in den Wicklungen elektrischer rotierender Maschinen; etz Archiv Bd.11; 1989; S.365ff.
- [127] Unbehauen R.; Elektrische Netzwerke: Eine Einführung in die Analyse; 3. Auflage; Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York; 1990
- [128] Pan H.; Ermittlung der Rotorposition und des Feldwinkels durch indirekte Messung der Streuinduktivität zum Zweck der drehgeberlosen feldorientierten Regelung von Asynchronmaschinen; Dissertation Wuppertal 2000; VDI Fortschrittberichte Reihe21, Nr.315;
- [129] Habetler T.G., Naik R., Nondahl T.A.; Design and Implementation of an Inverter Output LC Filter used for dv/dt Reduction; IEEE Transactions on Power Electronics, Vol.17, No.3, May 2002 pp.327 - 331
- [130] Rendusara D.A., Enjeti P.N.; An improved inverter output filter configuration reduces common and differential modes dv/dt at the motor terminals in PWM drive systems; IEEE Transactions on Power Electronics; Vol.13, No.6; Nov. 1998; pp.1135 - 1143
- [131] Murai Y., Kubota T., Kawase Y.; Leakage current reduction for a high-frequency carrier inverter feeding an induction motor; IEEE Transactions on Industry Applications; Vol.28, No.4; July-Aug. 1992; pp.858-863
- [132] Heidenhain; Exposed Linear Encoders; Produktkatalog; Juni 2003
- [133] Höscheler B., Szamel L.; Innovative technique for easy high-resolution position acquisition with sinusoidal incremental encoders; PCIM'97 Proceedings; June 1997; S.407-416
- [134] Mutschler P.; Antriebe in der Automatisierungstechnik; Skript zur gleichnamigen Vorlesung; TU Darmstadt; 1990
- [135] Avila-Rosales J., Alvarado F.-L.; Nonlinear Frequency Dependent Transformer Model For Electromagnetic Transient Studies in Power Systems; IEEE Transactions on Power apparatus and Systems; Vol. PAS-101; No.11; Nov.1982



## **Lebenslauf**

### **Persönliche Daten**

Name: Dipl.-Ing. Jan Weigel  
Geburtsdatum/-ort: 22. Juni 1972, Aachen

### **Schulbildung:**

09/1978 – 07/1982 Grundschole Dormitz-Hetzles-Kleinsendelbach  
09/1982 – 06/1992 Emil von Behring Gymnasium, Spardorf

### **Wehrdienst:**

07/1992 – 06/1993 Kraftfahrzeugelektriker, Instandsetzung, Hemau

### **Studium:**

11/1993 – 02/1999 Studium der Elektrotechnik  
Friedrich - Alexander - Universität Erlangen

### **relevante Praktika:**

09/1996 – 10/1996 Fachpraktikum, Siemens AG / Verkehrstechnik, Erlangen  
11/1997 – 12/1997 Fachpraktikum, Siemens Ltd., Nashik/ Indien

### **Promotionsstudium:**

03/1999 – 05/2004 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Strom-  
richtertechnik und Antriebsregelung, TU Darmstadt  
seit 07/2004 Angestellter der Siemens AG  
Corporate Technology, Erlangen

### **Publikationen**

01/2003 Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Heft 692:  
Neue Funktionalitäten von Linearantrieben  
06/2003 IEEE, IEMDC'03, Madison/ Wisconsin, USA:  
Acquisition of a Permanent Magnet Linear Synchronous  
Motor's Parameters and Deadbeat Current Control  
Considering Saturation  
06/2004 IEEE, PESC04, Aachen, BRD: Modelling and Control of  
a Permanent Magnet Linear Synchronous Motor  
Featuring Unbalance and Saturation Including Cross-  
Saturation